

# ACEF/1920/0306777 — Guião para a auto-avaliação

---

## I. Evolução do ciclo de estudos desde a avaliação anterior

### 1. Decisão de acreditação na avaliação anterior.

---

1.1. Referência do anterior processo de avaliação.  
*ACEF/1314/0306777*

1.2. Decisão do Conselho de Administração.  
*Acreditar*

1.3. Data da decisão.  
*2015-02-13*

### 2. Síntese de medidas de melhoria do ciclo de estudos desde a avaliação anterior, designadamente na sequência de condições fixadas pelo CA e de recomendações da CAE.

---

2. Síntese de medidas de melhoria do ciclo de estudos desde a avaliação anterior, designadamente na sequência de condições fixadas pelo CA e de recomendações da CAE (Português e em Inglês, PDF, máx. 200kB).  
[2.\\_mma\\_sintese\\_medidas-final.pdf](#)

### 3. Alterações relativas à estrutura curricular e/ou ao plano de estudos(alterações não incluídas no ponto 2).

---

3.1. A estrutura curricular foi alterada desde a submissão do guião na avaliação anterior?  
*Sim*

3.1.1. Em caso afirmativo, apresentar uma explanação e fundamentação das alterações efetuadas.  
*Suprimiu-se a área de especialização em Matemática Aplicada e Computação.*

*As restantes quatro áreas de especialização têm a flexibilidade suficiente para permitir um programa semelhante ao da área que foi suprimida.*

3.1.1. If the answer was yes, present an explanation and justification of those modifications.

*The area of specialization in Applied Mathematics and Computation has been removed.*

*The remaining four areas of specialization have enough flexibility to allow for a program similar to the one of the area that has been suppressed.*

3.2. O plano de estudos foi alterado desde a submissão do guião na avaliação anterior?  
*Sim*

3.2.1. Em caso afirmativo, apresentar uma explanação e fundamentação das alterações efetuadas.  
*Quatro cadeiras foram removidas e sete foram adicionadas ao plano de estudo.*

*Além disso, os estudantes especializados em Matemática passaram a ter a possibilidade de fazer cadeiras de doutoramento em Geometria e Física-Matemática. Mais precisamente:*

*As alterações de 16/17 consistiram na supressão de duas unidades curriculares e na criação de três unidades curriculares:*

*1) Foram eliminadas as unidades curriculares:*

*- Algoritmos em Estruturas Discretas  
- Desenvolvimento e Verificação de Software*

*2) Foram criadas as unidades curriculares:*

*- Algoritmos para Lógica Computacional (7.5 ECTS)  
- Redes Complexas (7.5 ECTS)  
- Teste e Validação de Software (7.5 ECTS)*

*As alterações de 18/19 consistiram na supressão de duas unidades curriculares, na criação de quatro unidades*

*curriculares e na possibilidade dos alunos da Área de Especialização em Matemática se poderem inscrever também em unidades curriculares do 3º ciclo das áreas científicas de Geometria e de Física-Matemática, para além das unidades curriculares das três áreas científicas em que até à data se poderiam inscrever:*

- 1) Foi eliminada a unidade curricular de Geometria Diferencial (que contudo passará a ser de nível D e portanto uma possível cadeira de opção).*
- 2) Foi eliminada a unidade curricular de Relatividade Matemática (que contudo passará a ser de nível D e portanto uma possível cadeira de opção).*
- 3) Foi criada a unidade curricular Mecânica Quântica Matemática, da Área Científica de Física-Matemática, com 7,5 ECTS.*
- 4) Foi criada a unidade curricular Métodos de Álgebra e Geometria em Engenharia e Física, da Área Científica de Física-Matemática, com 7,5 ECTS.*
- 5) Foi criada a unidade curricular Estatística Bayesiana Aplicada, da Área Científica de Probabilidades e Estatística, com 7,5 ECTS.*
- 6) Foi criada a unidade curricular Estatística Computacional, da Área Científica de Probabilidades e Estatística, com 7,5 ECTS.*
- 7) A redacção da alínea b) do Quadro N.º 8 do DR, respeitante à estrutura curricular da Área de Especialização em Matemática, passou a ser: "O aluno poderá inscrever-se até 30 ECTS em unidades curriculares de 3º ciclo nas AC de: AlgTop; ARAF; EDSD; Geom; FM, mediante aprovação do coordenador."*

**3.2.1. If the answer was yes, present an explanation and justification of those modifications.**

*Four courses were removed from and seven courses were added to the study plan.*

*Moreover, the students specializing in Mathematics were given the possibility of taking PhD courses in Geometry and Mathematical Physics.*

*The amendments of 16/17 consisted in the deletion of two curricular units and the creation of three:*

- 1) The following courses were eliminated:*
  - Algorithms in Discrete Structures*
  - Software Development and Verification*
- 2) The following units were added:*
  - Algorithms for Computational Logic (7.5 ECTS)*
  - Complex Networks (7.5 ECTS)*
  - Software Testing and Validation (7.5 ECTS)*

*The amendments of 18/19 consisted in the deletion of two curricular units, the creation of four curricular units and the possibility for students in the specialization area Mathematics to be able to also enroll in PhD courses of the scientific areas of Geometry and Mathematical Physics, in addition to the ones of the three scientific areas which they could take up to that date:*

- 1) Differential Geometry course unit was eliminated (and will become an optional PhD course).*
- 2) The Mathematical Relativity course unit was eliminated (and will become an optional PhD course).*
- 3) The Mathematical Quantum Mechanics course was created, in the scientific area of Mathematical Physics, with 7.5 ECTS.*
- 4) Algebra and Geometry iMethods n Engineering and Physics was created, in the scientific area of Mathematical Physics, with 7.5 ECTS.*
- 5) Applied Bayesian Statistics course was created, in the scientific area of Probabilities and Statistics, with 7.5 ECTS.*
- 6) Computational Statistics course was created, in the scientific area of Probabilities and Statistics, with 7.5 ECTS.*
- 7) The wording of section b) of Table No. 8 of the DR, regarding the curricular structure of the specialization in Mathematics became: "The student may enroll in up to 30 ECTS in curricular units of the 3rd cycle in scientific areas AlgTop; ARAF; EDSD; Geom; FM, provided that the coordinator of the Master's program agrees. "*

#### **4. Alterações relativas a instalações, parcerias e estruturas de apoio aos processos de ensino e aprendizagem (alterações não incluídas no ponto 2)**

**4.1. Registaram-se alterações significativas quanto a instalações e equipamentos desde o anterior processo de avaliação?**  
**Não**

**4.1.1. Em caso afirmativo, apresentar uma breve explanação e fundamentação das alterações efetuadas.**  
**<sem resposta>**

**4.1.1. If the answer was yes, present a brief explanation and justification of those modifications.**  
**<no answer>**

**4.2. Registaram-se alterações significativas quanto a parcerias nacionais e internacionais no âmbito do ciclo de estudos**

desde o anterior processo de avaliação?

*Sim*

4.2.1. Em caso afirmativo, apresentar uma síntese das alterações ocorridas.

*Desde Dezembro de 2014, o IST, através do MMA, oferece programas de Matemática Industrial em conformidade com o modelo ECMI, os quais incluem dois perfis de especialização: Tecnomatemática e Economatemática. Os estudantes do MMA e, em particular, aqueles que optem por uma especialização em Matemática Industrial, podem tirar partido do rico enquadramento multidisciplinar em ciência, engenharia e aplicações proporcionado pelo IST. O programa ECMI em Tecnomatemática pode ser concretizado através de um plano de estudo específico enquadrado no perfil em Matemática Aplicada e Industrial do MMA, enquanto o programa ECMI em Economatemática pode ser concretizado através de um plano de estudo específico enquadrado no perfil em Probabilidade e Estatística Matemática. Mais informações estão disponíveis em <https://fenix.tecnico.ulisboa.pt/cursos/mma/ecmi>.*

4.2.1. If the answer was yes, present a synthesis of those changes.

*Since December 2014, IST, through MMA, offers Industrial Mathematics programs in accordance with the ECMI model, which include two profiles of specialization: Technomathematics and Economathematics. MMA students and, in particular, those who opt for a specialization in Industrial Mathematics, can take advantage of the rich multidisciplinary framework in science, engineering and applications provided by IST. The ECMI program in Technomathematics can be realized through a specific study plan framed in the profile in Applied and Industrial Mathematics of MMA, while the ECMI program in Economathematics can be realized through a specific study plan within the framework of the profile in Probability and Mathematical Statistics. More information is available at <https://fenix.tecnico.ulisboa.pt/cursos/mma/ecmi>.*

4.3. Registaram-se alterações significativas quanto a estruturas de apoio aos processos de ensino e aprendizagem desde o anterior processo de avaliação?

*Não*

4.3.1. Em caso afirmativo, apresentar uma síntese das alterações ocorridas.

*<sem resposta>*

4.3.1. If the answer was yes, present a synthesis of those changes.

*<no answer>*

4.4. (Quando aplicável) registaram-se alterações significativas quanto a locais de estágio e/ou formação em serviço, protocolos com as respetivas entidades e garantia de acompanhamento efetivo dos estudantes durante o estágio desde o anterior processo de avaliação?

*Não*

4.4.1. Em caso afirmativo, apresentar uma síntese das alterações ocorridas.

*<sem resposta>*

4.4.1. If the answer was yes, present a synthesis of those changes.

*<no answer>*

## 1. Caracterização do ciclo de estudos.

1.1 Instituição de ensino superior.

*Universidade De Lisboa*

1.1.a. Outras Instituições de ensino superior.

1.2. Unidade orgânica (faculdade, escola, instituto, etc.):

*Instituto Superior Técnico*

1.2.a. Outra(s) unidade(s) orgânica(s) (faculdade, escola, instituto, etc.) (proposta em associação):

**1.3. Ciclo de estudos.*****Matemática Aplicada e Computação*****1.3. Study programme.*****Applied Mathematics and Computation*****1.4. Grau.*****Mestre*****1.5. Publicação do plano de estudos em Diário da República (PDF, máx. 500kB).****[1.5\\_MMA\\_Alt\\_18-19.pdf](#)****1.6. Área científica predominante do ciclo de estudos.*****Matemática*****1.6. Main scientific area of the study programme.*****Mathematics*****1.7.1. Classificação CNAEF – primeira área fundamental, de acordo com a Portaria n.º 256/2005, de 16 de Março (CNAEF-3 dígitos):*****461*****1.7.2. Classificação CNAEF – segunda área fundamental, de acordo com a Portaria n.º 256/2005, de 16 de Março (CNAEF-3 dígitos), se aplicável:*****NA*****1.7.3. Classificação CNAEF – terceira área fundamental, de acordo com a Portaria n.º 256/2005, de 16 de Março (CNAEF-3 dígitos), se aplicável:*****NA*****1.8. Número de créditos ECTS necessário à obtenção do grau.*****120*****1.9. Duração do ciclo de estudos (art.º 3 DL n.º 74/2006, de 24 de março, com a redação do DL n.º 63/2016 de 13 de setembro):*****4 Semestres*****1.9. Duration of the study programme (article 3, DL no. 74/2006, March 24th, as written in the DL no. 63/2016, of September 13th):*****4 Semesters*****1.10. Número máximo de admissões.*****25*****1.10.1. Número máximo de admissões pretendido (se diferente do número anterior) e respetiva justificação.*****100 - O número de vagas actuais do ciclo de estudos colocadas a concurso é de 25. Mas actualmente entram directamente para o programa de Mestrado em Matemática alunos (que não contam para estas 25 vagas) vindos da LMAC e de outros cursos do Técnico; daqui em diante, estes alunos vão passar a ter que concorrer e vão passar a ocupar vagas. Com um número máximo de admissões igual a 100 criamos também um pouco de espaço para estudantes internacionais.*****1.10.1. Intended maximum enrolment (if different from last year) and respective justification.*****100 - The current number of admissions available for open applications is 25. But, currently, there are students in the Masters' Program coming directly from LMAC and other Técnico courses which were not subject to any selection process and which do not occupy any of the 25 positions; from now on, these students will also have to apply and will start occupying admission positions. With a maximum enrollment of 100 we also allow for some room for international students.*****1.11. Condições específicas de ingresso.**

**Serão admitidos como candidatos:**

- i) os titulares de grau de licenciado ou equivalente legal, na área de Ciências e Tecnologia;*
- ii) os titulares de grau académico superior estrangeiro conferido na sequência de um 1º ciclo de estudos organizado de acordo com os princípios do Processo de Bolonha por um estado aderente a este Processo, nas áreas referidas em i);*
- iii) que demonstrem ser detentores de um currículo escolar, científico ou profissional, que ateste a sua capacidade para realização do Mestrado a que se candidatam.*

*A admissão e seriação será efectuada de acordo com as normas definidas no regulamento de admissão ao 2º ciclo do IST, tendo em atenção aspectos particulares sugeridos pela Comissão Científica do Mestrado.*

*O júri de seleção excluir o candidato ou propor a admissão condicionada à frequência e aprovação num conjunto de unidades curriculares propedêuticas.*

#### 1.11. Specific entry requirements.

*Candidates should be:*

- i) holders of a BSc degree or legal equivalent, in the area of Science and Technology;*
- ii) holders of a foreign higher academic degree obtained following a 1st cycle of studies organized in accordance with the principles of the Bologna Process by a state adhering to this Process, in the areas referred to in i);*
- iii) holders of a scientific or professional curriculum, attesting to the their ability to carry out the MSc degree to which they apply.*

*Admission and ranking will be carried out in accordance with the rules defined in regulation for admission to the 2nd cycle of IST, taking into account particular aspects suggested by the Scientific Committee of the Masters' Program.*

*The selection board can propose the student's conditional admission subject to attendance of a set of mandatory preliminary course units.*

#### 1.12. Regime de funcionamento.

*Diurno*

##### 1.12.1. Se outro, especifique:

*Não aplicável.*

##### 1.12.1. If other, specify:

*Not applicable.*

#### 1.13. Local onde o ciclo de estudos será ministrado:

*Departamento de Matemática  
Instituto Superior Técnico  
Avenida Rovisco Pais, 1049-001 Lisboa*

#### 1.14. Regulamento de creditação de formação académica e de experiência profissional, publicado em Diário da República (PDF, máx. 500kB).

[1.14.\\_Desp n.º 6604-2018, 5 jul\\_RegCreditaçãoExpProfissional.pdf](#)

#### 1.15. Observações.

#### 1.15. Observations.

## 2. Estrutura Curricular. Aprendizagem e ensino centrados no estudante.

### 2.1. Percursos alternativos, como ramos, variantes, áreas de especialização de mestrado ou especialidades de doutoramento, em que o ciclo de estudos se estrutura (se aplicável)

2.1. Ramos, opções, perfis, maior/menor, ou outras formas de organização em que o ciclo de estudos se estrutura (se aplicável) / Branches, options, profiles, major/minor, or other forms of organisation compatible with the structure of the study programme (if applicable)

Opções/Ramos/... (se aplicável):

Options/Branches/... (if applicable):

Matemática	Mathematics
Matemática Aplicada e Industrial	Industrial and Applied Mathematics
Matemática da Computação	Mathematics of Computation
Probabilidades e Estatística Matemática	Probability and Mathematical Statistics
Tronco Comum	Common Branch

## 2.2. Estrutura curricular (a repetir para cada um dos percursos alternativos)

### 2.2. Estrutura Curricular - Matemática

#### 2.2.1. Ramo, opção, perfil, maior/menor, ou outra (se aplicável).

##### *Matemática*

#### 2.2.1. Branches, options, profiles, major/minor, or other (if applicable)

##### *Mathematics*

#### 2.2.2. Áreas científicas e créditos necessários à obtenção do grau / Scientific areas and credits that must be obtained before a degree is awarded

Área Científica / Scientific Area	Sigla / Acronym	ECTS Obrigatórios / Mandatory ECTS	ECTS Mínimos Optativos / Minimum Optional ECTS*	Observações / Observations
Álgebra e Topologia/Algebra and Topology	AlgTop	0	15	30
Análise Real e Análise Funcional/Real Analysis and Functional Analysis	ARAF	0	15	22,5
Equações Diferenciais e Sistemas Dinâmicos/Differential Equations and Dynamics Systems	EDSD	0	15	30
Geometria/Geometry	Geom	0	15	15
Físico-Matemática/Physics-Mathematics	FM	0	0	22,5
Todas as áreas científicas do IST/ULisboa/All scientific areas of IST/ULisboa	OL	0	12	
Competências Transversais/Crosscutting Skills	CT	0	0	15
Todas as áreas científicas do Departamento de Matemática/All scientific areas of Mathematics Department	ODM	0	0	até 30 ECTS em UCs de 3.º ciclo em AlgTop, ARAF, EDSD e Geom
<b>(8 Items)</b>		<b>0</b>	<b>72</b>	

### 2.2. Estrutura Curricular - Matemática Aplicada e Industrial

#### 2.2.1. Ramo, opção, perfil, maior/menor, ou outra (se aplicável).

##### *Matemática Aplicada e Industrial*

#### 2.2.1. Branches, options, profiles, major/minor, or other (if applicable)

##### *Industrial and Applied Mathematics*

#### 2.2.2. Áreas científicas e créditos necessários à obtenção do grau / Scientific areas and credits that must be obtained before a degree is awarded

Área Científica / Scientific Area	Sigla / Acronym	ECTS Obrigatórios / Mandatory ECTS	ECTS Mínimos Optativos / Minimum Optional ECTS*	Observações / Observations
Análise Numérica e Análise Aplicada/Numerical Analysis and Applied Analysis	ANAA	0	30	60
Todas as áreas científicas do IST/ULisboa/All scientific areas of IST/ULisboa	OL	0	24	12 em CGM, CAII, SDC, MEC, MEE, Tele

Todas as áreas científicas do Departamento de Matemática/All scientific areas of mathematics department	ODM	0	15	22,5 nas áreas de ARAF, ESDS, PE
Competências Transversais/Crosscutting Skills (4 Items)	CT	0	0	15
		<b>0</b>	<b>69</b>	

## 2.2. Estrutura Curricular - Tronco Comum

### 2.2.1. Ramo, opção, perfil, maior/menor, ou outra (se aplicável). *Tronco Comum*

#### 2.2.1. Branches, options, profiles, major/minor, or other (if applicable) *Common Branch*

#### 2.2.2. Áreas científicas e créditos necessários à obtenção do grau / Scientific areas and credits that must be obtained before a degree is awarded

Área Científica / Scientific Area	Sigla / Acronym	ECTS Obrigatórios / Mandatory ECTS	ECTS Mínimos Optativos / Minimum Optional ECTS*	Observações / Observations
Áreas Científicas do Departamento de Matemática/Scientific Areas of Mathematics Department (1 Item)	Diss	42	0	
		<b>42</b>	<b>0</b>	

## 2.2. Estrutura Curricular - Matemática da Computação

### 2.2.1. Ramo, opção, perfil, maior/menor, ou outra (se aplicável). *Matemática da Computação*

#### 2.2.1. Branches, options, profiles, major/minor, or other (if applicable) *Mathematics of Computation*

#### 2.2.2. Áreas científicas e créditos necessários à obtenção do grau / Scientific areas and credits that must be obtained before a degree is awarded

Área Científica / Scientific Area	Sigla / Acronym	ECTS Obrigatórios / Mandatory ECTS	ECTS Mínimos Optativos / Minimum Optional ECTS*	Observações / Observations
Lógica e Computação/Logic and Computation	LogComp	30	0	até 15 ECTS em unidades curriculares de 3.º ciclo na área de Lógica e Computação
Metodologia e Tecnologia da Programação/Methodology and Programming Theory	MTP	7.5	15	oferta de 30 ects, 7,5 de Algoritmos Avançados são obrigatórios, dos restantes 22,5 escolhem-se 15
Todas as áreas científicas do Departamento de Matemática/All scientific areas of mathematics department	ODM	0	15	pelo menos a 15 ECTS em UCs de áreas científicas do DM
Todas as áreas científicas do IST/ULisboa/All scientific areas of IST/ULisboa	OL	0	12	
Competências Transversais/ Crosscutting Skills (5 Items)	CT	0	0	15
		<b>37.5</b>	<b>42</b>	

## 2.2. Estrutura Curricular - Probabilidades e Estatística Matemática

### 2.2.1. Ramo, opção, perfil, maior/menor, ou outra (se aplicável).

## Probabilidades e Estatística Matemática

### 2.2.1. Branches, options, profiles, major/minor, or other (if applicable) Probability and Mathematical Statistics

### 2.2.2. Áreas científicas e créditos necessários à obtenção do grau / Scientific areas and credits that must be obtained before a degree is awarded

Área Científica / Scientific Area	Sigla / Acronym	ECTS Obrigatórios / Mandatory ECTS	ECTS Mínimos Optativos / Minimum Optional ECTS*	Observações / Observations
Probabilidades e Estatística - Probability and Statistics	PE	0	45	108
Todas as áreas científicas do Departamento de Matemática/All scientific areas of mathematics department	ODM	0	15	15
Todas as áreas científicas do IST/ULisboa/All scientific areas of IST/ULisboa	OL	0	12	
Competências Transversais/Crosscutting Skills	CT	0	0	15
<b>(4 Items)</b>		<b>0</b>	<b>72</b>	

### 2.3. Metodologias de ensino e aprendizagem centradas no estudante.

2.3.1. Formas de garantia de que as metodologias de ensino e aprendizagem são adequadas aos objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências) a desenvolver pelos estudantes, favorecendo o seu papel ativo na criação do processo de aprendizagem.

*Ao nível da aprendizagem várias estratégias têm sido exploradas e implementadas de forma a aumentar o papel activo dos estudantes, nomeadamente: 1) utilização de ferramentas digitais que permitem um feedback quase instantâneo do acompanhamento das matérias por parte dos alunos 2) utilização da plataforma MOOC.Técnico para aprendizagem à distância e também para avaliação total ou parcial de unidades curriculares (UC); 3) utilização de técnicas de flipped-classroom com envolvimento dos estudantes na sala de aula em processos de avaliação mútua e feed-back; 4) integração de estudantes no âmbito de projectos e de realização de dissertações de mestrado em equipas dos institutos de investigação e/ou empresas, muitas vezes inseridos em projectos; 5) projectos multidisciplinares desenvolvidos pelos estudantes de vários cursos; 6) organização de jornadas, pequenos cursos, estágios de Verão, participação em actividades departamentais que permitem o desenvolvimento de competências transversais.*

2.3.1. Means of ensuring that the learning and teaching methodologies are coherent with the learning outcomes (knowledge, skills and competences) to be achieved by students, favouring their active role in the creation of the learning process.

*In terms of learning, different strategies have been explored and implemented in order to increase the students' active role, in particular: 1) the use of digital tools that allow students to give almost instantaneous feedback of the subjects (e.g. Kahoot); 2) the use of the MOOC.Técnico platform (mooc.tecnico.ulisboa.pt) for distance learning to evaluate the course units totally or partially; 3) the use of flipped-classroom techniques by getting students involved in classroom in mutual evaluation processes and feedback; 4) the integration of students under MSc dissertations in teams of the research institutes and/or companies, often involved in national or international projects; 5) multidisciplinary projects developed by the students of different programmes, for example, the construction of an electric car; 6) the organisation of meetings, short courses, Summer internships, participation in departmental activities, among others, which allow for the development of crosscutting skills.*

2.3.2. Forma de verificação de que a carga média de trabalho necessária aos estudantes corresponde ao estimado em ECTS.

*No âmbito do preenchimento dos inquéritos QUC (Qualidade das Unidades Curriculares) os estudantes têm de preencher uma questão relativa à carga de trabalho relativa a cada UC. A informação obtida a partir de todos os estudantes de cada UC é compilada e tratada para comparar a carga prevista com a carga estimada pelos estudantes. Quando há um grande desajuste entre a carga estimada e a carga prevista (superior a 1,5 ECTS) a situação é analisada no âmbito da Comissão QUC do Conselho Pedagógico. Nos casos em que se justifique é estabelecido um plano de acção envolvendo os departamentos e coordenações.*

2.3.2. Means of verifying that the required average student workload corresponds to the estimated in ECTS.

*Under the QUC forms (Course Unit Quality System), students must answer a question related to the workload involved in each UC. The information obtained from all students in each QUC is compiled and treated to compare the expected*

*workload with the workload estimated by the students. When the imbalance between the estimated workload and the expected workload is significant (greater than 1,5 ECTS) the situation is analysed under the QUC Committee of the Pedagogical Council. Where applicable, a plan of action is devised by getting departments and programme coordinators involved.*

### 2.3.3. Formas de garantia de que a avaliação da aprendizagem dos estudantes é feita em função dos objetivos de aprendizagem.

*Em julho de cada ano são efectuadas reuniões de coordenação dos vários cursos, de forma a calendarizar o trabalho exigido aos estudantes ao longo dos semestres lectivos e dos períodos de avaliação, pretendo-se distribuir o trabalho dos estudantes ao longo do tempo, dando-se especial ênfase à aprendizagem contínua. Esta calendarização atempada permite ao estudante planear o seu ano lectivo/semestre, potenciando o sucesso escolar. No âmbito do preenchimento dos inquéritos QUC (Qualidade das Unidades Curriculares) os estudantes têm de preencher um bloco de questões específicas relativo à aquisição e/ou desenvolvimento de competências obtidas no âmbito de cada UC, que inclui perguntas sobre o desenvolvimento de conhecimentos e compreensão das matérias, bem como a melhoria da capacidade de aplicação de conhecimentos de forma autónoma e de desenvolvimento do sentido crítico na utilização prática das mesmas.*

### 2.3.3. Means of ensuring that the student assessment methodologies are aligned with the intended learning outcomes.

*Every year in July, meetings are held with programme coordinators, in order to schedule the work required from students throughout the semesters and evaluation periods. The purpose is to distribute student workload throughout time, giving special attention to continuous learning. This timely scheduling allows the student to plan his academic year/semester, enhancing academic achievement. Under the QUC surveys, students should complete a number of specific questions regarding the acquisition and/or development of skills acquired under each QUC, in particular about the development of knowledge and understanding of subject matters, and improvement of the capacity of application of knowledge autonomously and development of critical judgment in their practical application.*

## 2.4. Observações

### 2.4 Observações.

*Currículo cientificamente forte.*

### 2.4 Observations.

*Scientifically strong curriculum.*

## 3. Pessoal Docente

### 3.1. Docente(s) responsável(eis) pela coordenação do ciclo de estudos.

#### 3.1. Docente(s) responsável(eis) pela coordenação do ciclo de estudos.

*Pedro Alves Martins da Silva Girão  
pgirao@math.tecnico.ulisboa.pt*

### 3.3 Equipa docente do ciclo de estudos (preenchimento automático)

#### 3.3. Equipa docente do ciclo de estudos / Study programme's teaching staff

Nome / Name	Categoria / Category	Grau / Degree	Especialista / Specialist	Área científica / Scientific Area	Regime de tempo / Employment link	Informação/ Information
Cláudia Rita Ribeiro Coelho Nunes Philippart	Professor Auxiliar ou equivalente	Doutor		MATEMATICA	100	<a href="#">Ficha submetida</a>
José António Maciel Natário	Professor Associado ou equivalente	Doutor		MATHEMATICAL SCIENCES	100	<a href="#">Ficha submetida</a>
Pedro Boavida de Brito	Professor Auxiliar convidado ou equivalente	Doutor		Matemática	100	<a href="#">Ficha submetida</a>

Juha Hans Videman	Professor Associado ou equivalente	Doutor	MATEMATICA	100	<a href="#">Ficha submetida</a>
Ana Patrícia Carvalho Gonçalves	Professor Catedrático ou equivalente	Doutor	Ciências da vida	100	<a href="#">Ficha submetida</a>
João Carlos Serrenho Dias Pereira	Professor Auxiliar ou equivalente	Doutor	INFORMATICA	100	<a href="#">Ficha submetida</a>
José Manuel Vergueiro Monteiro Cidade Mourão	Professor Catedrático ou equivalente	Doutor	FÍSICA	100	<a href="#">Ficha submetida</a>
Manuel João Cabral Morais	Professor Associado ou equivalente	Doutor	MATEMATICA	100	<a href="#">Ficha submetida</a>
Pedro Alves Martins da Silva Girão	Professor Associado ou equivalente	Doutor	Matemática	100	<a href="#">Ficha submetida</a>
João Paulo Fernandes Teixeira	Professor Auxiliar ou equivalente	Doutor	MATEMÁTICA	100	<a href="#">Ficha submetida</a>
Manuel Gonzalez Scotto	Professor Associado ou equivalente	Doutor	Estatística e Investigação Operacional (Probabilidades e Estatística)	100	<a href="#">Ficha submetida</a>
Giovani Loiola da Silva	Professor Auxiliar ou equivalente	Doutor	MATEMATICA	100	<a href="#">Ficha submetida</a>
Ana Maria Santos Ferreira Gorjão Henriques	Professor Auxiliar ou equivalente	Doutor	Matemática	100	<a href="#">Ficha submetida</a>
Pedro Miguel Rita da Trindade e Lima	Professor Associado ou equivalente	Doutor	MATEMATICA	100	<a href="#">Ficha submetida</a>
Amarino Brites Lebre	Professor Associado ou equivalente	Doutor	MATEMATICA	100	<a href="#">Ficha submetida</a>
Maria Cristina De Sales Viana Serôdio Sernadas	Professor Catedrático ou equivalente	Doutor	MATEMÁTICA-PROBABILIDADE E PROCESSOS ESTOCÁSTICOS	100	<a href="#">Ficha submetida</a>
Jorge Filipe Duarte Tiago	Professor Auxiliar ou equivalente	Doutor	Matemática	100	<a href="#">Ficha submetida</a>
João Filipe Quintas dos Santos Rasga	Professor Auxiliar ou equivalente	Doutor	MATEMATICA	100	<a href="#">Ficha submetida</a>
Isabel Maria Alves Rodrigues	Professor Auxiliar ou equivalente	Doutor	MATEMATICA	100	<a href="#">Ficha submetida</a>
Catarina Vilar Campos de Carvalho	Professor Auxiliar ou equivalente	Doutor	MATEMATICA	100	<a href="#">Ficha submetida</a>
Pedro Alves Martins Rodrigues	Professor Auxiliar ou equivalente	Doutor	MATEMATICA	100	<a href="#">Ficha submetida</a>
Leonardo Magalhães Macarini	Professor Associado ou equivalente	Doutor	Matemática	100	<a href="#">Ficha submetida</a>
Paulo Alexandre Carreira Mateus	Professor Catedrático ou equivalente	Doutor	MATEMATICA	100	<a href="#">Ficha submetida</a>
Gustavo Rui Gonçalves Fernandes de Oliveira Granja	Professor Auxiliar ou equivalente	Doutor	MATEMATICA	100	<a href="#">Ficha submetida</a>
Luís Manuel Gonçalves Barreira	Professor Catedrático ou equivalente	Doutor	Matemática	100	<a href="#">Ficha submetida</a>
Maria do Rosário De Oliveira Silva	Professor Auxiliar ou equivalente	Doutor	MATEMATICA	100	<a href="#">Ficha submetida</a>
José Félix Gomes da Costa	Professor Associado ou equivalente	Doutor	MATEMATICA	100	<a href="#">Ficha submetida</a>
Ricardo Pina Schiappa de Carvalho	Professor Associado ou equivalente	Doutor	FÍSICA	100	<a href="#">Ficha submetida</a>

Francisco Miguel Alves Campos de Sousa Dionísio	Professor Auxiliar ou equivalente	Doutor	MATEMATICA	100	Ficha submetida
Gabriel Czerwionka Lopes Cardoso	Professor Catedrático ou equivalente	Doutor	Physics	100	Ficha submetida
Paulo Sérgio De Brito e Silva dos Anjos Lopes	Professor Auxiliar ou equivalente	Doutor	MATEMATICA	100	Ficha submetida
Paulo José de Jesus Soares	Professor Auxiliar ou equivalente	Doutor	MATEMATICA	100	Ficha submetida
Miguel Tribolet de Abreu	Professor Catedrático ou equivalente	Doutor	MATEMATICA	100	Ficha submetida
Maria da Conceição Esperança Amado	Professor Auxiliar ou equivalente	Doutor	MATEMATICA	100	Ficha submetida
Maria da Conceição Pizarro de Melo Telo Rasquilha Vaz Pinto	Professor Auxiliar ou equivalente	Doutor	MATEMATICA	100	Ficha submetida
Henrique Manuel Dos Santos Silveira de Oliveira	Professor Auxiliar ou equivalente	Doutor	MATEMATICA	100	Ficha submetida
Lina Maria Mateus de Oliveira	Professor Auxiliar ou equivalente	Doutor	MATEMÁTICA	100	Ficha submetida
Roger Francis Picken	Professor Associado ou equivalente	Doutor	FÍSICA	100	Ficha submetida
Maria João Simões Nunes Borges Teixeira	Professor Auxiliar ou equivalente	Doutor	MATEMATICA	100	Ficha submetida
Jaime Arsénio de Brito Ramos	Professor Auxiliar ou equivalente	Doutor	MATEMATICA	100	Ficha submetida
Carlos Manuel Costa Lourenço Caleiro	Professor Associado ou equivalente	Doutor	MATEMATICA	100	Ficha submetida
Carlos José Santos Alves	Professor Associado ou equivalente	Doutor	MATEMATICA	100	Ficha submetida
				<b>4200</b>	

<sem resposta>

### 3.4. Dados quantitativos relativos à equipa docente do ciclo de estudos.

#### 3.4.1. Total de docentes do ciclo de estudos (nº e ETI)

##### 3.4.1.1. Número total de docentes.

42

##### 3.4.1.2. Número total de ETI.

42

#### 3.4.2. Corpo docente próprio do ciclo de estudos

##### 3.4.2. Corpo docente próprio – docentes do ciclo de estudos em tempo integral / Number of teaching staff with a full time employment in the institution.\*

Corpo docente próprio / Full time teaching staff	Nº de docentes / Staff number	% em relação ao total de ETI / % relative to the total FTE
Nº de docentes do ciclo de estudos em tempo integral na instituição / No. of teaching staff with a full time link to the institution:	42	100

### 3.4.3. Corpo docente do ciclo de estudos academicamente qualificado

#### 3.4.3. Corpo docente academicamente qualificado – docentes do ciclo de estudos com o grau de doutor / Academically qualified teaching staff – staff holding a PhD

Corpo docente academicamente qualificado / Academically qualified teaching staff	Nº de docentes (ETI) / Staff number in FTE	% em relação ao total de ETI* / % relative to the total FTE*
Docentes do ciclo de estudos com o grau de doutor (ETI) / Teaching staff holding a PhD (FTE):	42	100

### 3.4.4. Corpo docente do ciclo de estudos especializado

#### 3.4.4. Corpo docente do ciclo de estudos especializado / Specialised teaching staff of the study programme

Corpo docente especializado / Specialized teaching staff	Nº de docentes (ETI) / Staff number in FTE	% em relação ao total de ETI* / % relative to the total FTE*
Docentes do ciclo de estudos com o grau de doutor especializados nas áreas fundamentais do ciclo de estudos (ETI) / Teaching staff holding a PhD and specialised in the fundamental areas of the study programme	42	100
Especialistas, não doutorados, de reconhecida experiência e competência profissional nas áreas fundamentais do ciclo de estudos (ETI) / Specialists not holding a PhD, with well recognised experience and professional capacity in the fundamental areas of the study programme	0	0

### 3.4.5. Estabilidade do corpo docente e dinâmica de formação

#### 3.4.5. Estabilidade e dinâmica de formação do corpo docente / Stability and development dynamics of the teaching staff

Estabilidade e dinâmica de formação / Stability and training dynamics	Nº de docentes (ETI) / Staff number in FTE	% em relação ao total de ETI* / % relative to the total FTE*
Docentes do ciclo de estudos em tempo integral com uma ligação à instituição por um período superior a três anos / Teaching staff of the study programme with a full time link to the institution for over 3 years	40	95.238095238095
Docentes do ciclo de estudos inscritos em programas de doutoramento há mais de um ano (ETI) / FTE number of teaching staff registered in PhD programmes for over one year	0	0

## 4. Pessoal Não Docente

### 4.1. Número e regime de dedicação do pessoal não docente afeto à lecionação do ciclo de estudos.

*Margarida Carvalho: secretariado*

*José Cheng: rede informática*

### 4.1. Number and employment regime of the non-academic staff allocated to the study programme in the present year.

*Margarida Carvalho: secretary*

*José Cheng: computer network*

### 4.2. Qualificação do pessoal não docente de apoio à lecionação do ciclo de estudos.

*Margarida Carvalho, Assistente Técnico: ensino secundário*

*José Cheng, Técnico Superior: licenciatura*

### 4.2. Qualification of the non-academic staff supporting the study programme.

*Margarida Carvalho, Technical Assistant, secondary education*

*José Cheng, Senior Technician: undergraduate degree*

## 5. Estudantes

### 5.1. Estudantes inscritos no ciclo de estudos no ano letivo em curso

#### 5.1.1. Estudantes inscritos no ciclo de estudos no ano letivo em curso

##### 5.1.1. Total de estudantes inscritos.

144

#### 5.1.2. Caracterização por género

##### 5.1.1. Caracterização por género / Characterisation by gender

Género / Gender	%
Masculino / Male	62
Feminino / Female	38

#### 5.1.3. Estudantes inscritos por ano curricular.

##### 5.1.3. Estudantes inscritos por ano curricular / Students enrolled in each curricular year

Ano Curricular / Curricular Year	Nº de estudantes / Number of students
1º ano curricular	37
2º ano curricular	57
	<b>94</b>

## 5.2. Procura do ciclo de estudos.

### 5.2. Procura do ciclo de estudos / Study programme's demand

	Penúltimo ano / One before the last year	Último ano/ Last year	Ano corrente / Current year
N.º de vagas / No. of vacancies	25	25	25
N.º de candidatos / No. of candidates	20	18	21
N.º de colocados / No. of accepted candidates	15	17	20
N.º de inscritos 1º ano 1ª vez / No. of first time enrolled	45	36	0
Nota de candidatura do último colocado / Entrance mark of the last accepted candidate	0	0	0
Nota média de entrada / Average entrance mark	0	0	0

### 5.3. Eventual informação adicional sobre a caracterização dos estudantes

#### 5.3. Eventual informação adicional sobre a caracterização dos estudantes.

*O número de alunos tem vindo a aumentar, assim como o número de alunos vindos de fora da LMAC. Pode ser encontrada mais informação a este respeito na Secção 1, pergunta 2.*

#### 5.3. Eventual additional information characterising the students.

*The number of students has been increasing, as well as the number of students coming from outside LMAC. More information on this can be found in Section 1, question 2.*

## 6. Resultados

### 6.1. Resultados Académicos

#### 6.1.1. Eficiência formativa.

##### 6.1.1. Eficiência formativa / Graduation efficiency

	Antepenúltimo ano / Two before the last year	Penúltimo ano / One before the last year	Último ano / Last year
N.º graduados / No. of graduates	16	17	19
N.º graduados em N anos / No. of graduates in N years*	13	14	14
N.º graduados em N+1 anos / No. of graduates in N+1 years	2	3	5
N.º graduados em N+2 anos / No. of graduates in N+2 years	1	0	0
N.º graduados em mais de N+2 anos / No. of graduates in more than N+2 years	0	0	0

#### Pergunta 6.1.2. a 6.1.3.

6.1.2. Apresentar relação de teses defendidas nos três últimos anos, indicando, para cada uma, o título, o ano de conclusão e o resultado final (exclusivamente para cursos de doutoramento).

*fenix.tecnico.ulisboa.pt/cursos/mma/dissertacoes:*

**2018/2019**

*Model-checking Ethereum smart contracts written in Vyper*  
*Formal verification of Ethereum smart contracts ...*  
*Formal Analysis of Ethereum Virtual Machine Bytecode Patterns*  
*Formal results on logics with probability*  
*Symbolic Outlier Detection Applied to the Analysis ...*  
*Incremental hypervolume calculation in d dimensions*  
*STE - A Survival Tree Ensemble: Application to the ...*  
*Histogram Algebra: an Application to Histogram ...*  
*Generalized Additive Model and Artificial Neural ...*  
*Simulation based approach to bacterial evolution*  
*Model Checking with Distributed Temporal Logic*  
*Neutral population-genetics evolution for Wright-Fisher ...*  
*Numerical methods for differential equations with ...*  
*Esquemas CUSUM com ARL sem viés para processos ...*  
*Automated Search of Functions and Synthesis of Code*  
*A convergent variant of Q-learning with linear ...*  
*Kneading Theory in Non-Continuous Maps The Unimodal Case*  
*Attacks on ECDSA when the nonces are generated with ...*  
*Quantum Bit String Commitment Protocols with an EPR ...*  
*Supersingular Isogeny Diffie-Hellman and related Cryptosystems*  
*Floer homology for global quotient orbifolds*  
*Stochastic Population Dynamics under Repeated ...*  
*On the optimization of neural networks for sensorimotor coordination*  
*Mathematical Modelling of Water Demand: Time Series ...*  
*Cartas com ARL sem viés para processos i.i.d. e ...*  
*Solving the Operational Crew Rescheduling Problem*  
*Outlier Detection in Functional Time Series*  
*Exploratory Topological Data Analysis of ...*  
*Numerical investigation of one-dimensional ...*  
*Green investment under time-dependent subsidy ...*  
*Bayesian Generalized Additive Models for Car ...*  
*Space-time trends and dependence of wind...*  
*Equilibrium Propagation for Complete Directed Neural Networks*  
*The Fall of Homo Economicus - The Role of Cognitive Biases...*  
*Modeling Time Series of Counts: an ...*  
*Machine learning of strategies for efficiently solving QBF...*  
*Geometry dependence of quantum Hall states on surfaces*

**2017/2018**

*Symbolic clustering and anomaly detection for business analytics*  
*Mathematical Modelling of Aircraft High-Speed Performance ...*  
*Complex flows and geodesics in the space of Kähler metrics*  
*Formal analysis and gas estimation for Ethereum smart contracts*  
*Bimodules of nest algebras on Banach spaces*  
*An analysis of the Geodesic Distance and ...*  
*Resolução Numérica de Problemas de Obstáculo com ...*  
*On Cyclic Quandles with Several Fixed Points*  
*Cluster Analysis of the Iberian Peninsula Temperatures Time Series*  
*Mathematical modeling of garden watering demand*  
*Analytic classic-like tableaux for...*  
*Anomaly Detection and Classification for Streaming Data*  
*Cartas com ARL sem viés para processos i.i.d. e AR(1) com ...*  
*Numerical Solution of the Two-dimensional Neural Field Equation*  
*Asymptotic behaviour of exclusion processes with non-linear ...*  
*Information Flow Security with Encryption*  
*Investment Decisions Upon Innovative ...*  
*The Arnol'd conjecture and Floer Homology*

6.1.2. List of defended theses over the last three years, indicating the title, year of completion and the final result (only for PhD programmes).

[fenix.tecnico.ulisboa.pt/cursos/mma/dissertacoes](http://fenix.tecnico.ulisboa.pt/cursos/mma/dissertacoes):

**2018/2019**

*Model-checking Ethereum smart contracts written in Vyper*  
*Formal verification of Ethereum smart contracts ...*  
*Formal Analysis of Ethereum Virtual Machine Bytecode Patterns*  
*Formal results on logics with probability*  
*Symbolic Outlier Detection Applied to the Analysis ...*  
*Incremental hypervolume calculation in d dimensions*  
*STE - A Survival Tree Ensemble: Application to the ...*  
*Histogram Algebra: an Application to Histogram ...*  
*Generalized Additive Model and Artificial Neural ...*  
*Simulation based approach to bacterial evolution*  
*Model Checking with Distributed Temporal Logic*  
*Neutral population-genetics evolution for Wright-Fisher ...*  
*Numerical methods for differential equations with ...*  
*Esquemas CUSUM com ARL sem viés para processos ...*  
*Automated Search of Functions and Synthesis of Code*  
*A convergent variant of Q-learning with linear ...*  
*Kneading Theory in Non-Continuous Maps The Unimodal Case*  
*Attacks on ECDSA when the nonces are generated with ...*  
*Quantum Bit String Commitment Protocols with an EPR ...*  
*Supersingular Isogeny Diffie-Hellman and related Cryptosystems*  
*Floer homology for global quotient orbifolds*  
*Stochastic Population Dynamics under Repeated ...*  
*On the optimization of neural networks for sensorimotor coordination*  
*Mathematical Modelling of Water Demand: Time Series ...*  
*Cartas com ARL sem viés para processos i.i.d. e ...*  
*Solving the Operational Crew Rescheduling Problem*  
*Outlier Detection in Functional Time Series*  
*Exploratory Topological Data Analysis of ...*  
*Numerical investigation of one-dimensional ...*  
*Green investment under time-dependent subsidy ...*  
*Bayesian Generalized Additive Models for Car ...*  
*Space-time trends and dependence of wind...*  
*Equilibrium Propagation for Complete Directed Neural Networks*  
*The Fall of Homo Economicus - The Role of Cognitive Biases...*  
*Modeling Time Series of Counts: an ...*  
*Machine learning of strategies for efficiently solving QBF...*  
*Geometry dependence of quantum Hall states on surfaces*  
**2017/2018**  
*Symbolic clustering and anomaly detection for business analytics*  
*Mathematical Modelling of Aircraft High-Speed Performance ...*  
*Complex flows and geodesics in the space of Kähler metrics*  
*Formal analysis and gas estimation for Ethereum smart contracts*

*Bimodules of nest algebras on Banach spaces*  
*An analysis of the Geodesic Distance and ...*  
*Resolução Numérica de Problemas de Obstáculo com ...*  
*On Cyclic Quandles with Several Fixed Points*  
*Cluster Analysis of the Iberian Peninsula Temperatures Time Series*  
*Mathematical modeling of garden watering demand*  
*Analytic classic-like tableaux for...*  
*Anomaly Detection and Classification for Streaming Data*  
*Cartas com ARL sem viés para processos i.i.d. e AR(1) com ...*  
*Numerical Solution of the Two-dimensional Neural Field Equation*  
*Asymptotic behaviour of exclusion processes with non-linear ...*  
*Information Flow Security with Encryption*  
*Investment Decisions Upon Innovative ...*  
*The Arnol'd conjecture and Floer Homology*

### 6.1.3. Comparação do sucesso escolar nas diferentes áreas científicas do ciclo de estudos e respetivas unidades curriculares.

*Percentagens da aprovação nas unidades curriculares na sua última execução:*

100 *Análise Numérica de Equações Diferenciais Parciais*  
 83 *Análise Numérica Funcional e Optimização*  
 100 *Métodos Numéricos para Equações Diferenciais Ordinárias*  
 75 *Modelação Matemática e Aplicações*  
 80 *Modelos Matemáticos em Biomedicina*  
 88 **MÉDIA DE MATEMÁTICA APLICADA E INDUSTRIAL**  
 50 *Análise Complexa*  
 67 *Análise Funcional*  
 60 *Fundamentos de Topologia e Análise Real*  
 40 *Fundamentos de Álgebra*  
 67 *Combinatória e Teoria de Códigos*  
 100 *Complementos de Álgebra*  
 80 *Topologia Algébrica*  
 75 *Equações Diferenciais Ordinárias*  
 60 *Equações Diferenciais Parciais*  
 100 *Mecânica Geométrica*  
 100 *Teoria de Sistemas Dinâmicos*  
 100 *Grupo de Renormalização*  
 100 *Mecânica Quântica Matemática*  
 71 *Métodos de Álgebra e Geometria em Engenharia e Física*  
 67 *Geometria Riemanniana*  
 67 *Superfícies de Riemann e Curvas Algébricas*  
 75 **MÉDIA DAS UCs DE MATEMÁTICA (PURA)**  
 50 *Computabilidade e Complexidade*  
 85 *Criptografia e Protocolos de Segurança*  
 88 *Fundamentos de Lógica e Teoria da Computação*  
 71 *Lógica e Verificação de Modelos*  
 73 **MÉDIA DAS UCs DE LÓGICA E COMPUTAÇÃO**  
 100 *Análise de Modelos Lineares*  
 77 *Análise Multivariada*  
 86 *Bioestatística*  
 83 *Estatística Bayesiana Aplicada*  
 56 *Estatística Biomédica*  
 60 *Estatística Computacional*  
 62 *Estatística Matemática*  
 76 *Fiabilidade e Controlo de Qualidade*  
 89 *Introdução à Matemática Financeira*  
 90 *Introdução aos Processos Estocásticos*  
 89 *Métodos Estatísticos em Data Mining*  
 100 *Séries Temporais*  
 100 *Teoria da Probabilidade*  
 82 **MÉDIA DAS UCs DE PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA**

*A análise dos valores acima permite concluir:*

- *As taxas de aprovação são todas razoáveis ou boas.*
- *Uma vez que as UCs funcionam em média com 8 alunos, os valores das taxas de aprovação são sensíveis a pequenas variações do aproveitamento.*
- *As taxas médias por perfil (88 para MAI, 75 M, 73 LC e 82 PE) são todas boas, sendo ligeiramente mais elevadas nos dois perfis aplicados, e ligeiramente mais baixas nos dois perfis mais abstractos.*

### 6.1.3. Comparison of the academic success in the different scientific areas of the study programme and the respective curricular units.

*Course approval ratios after the last time they were offered:*

100 Numerical Analysis for Partial Differential Equations  
 83 Numerical Functional Analysis and Optimization  
 100 Numerical Methods for Ordinary Differential Equations  
 75 Mathematical Modelling and Applications  
 80 Mathematical Models in Biomedicine  
 88 AVERAGE APPROVAL RATIO FOR INDUSTRIAL AND APPLIED MATHEMATICS  
 50 Complex Analysis  
 67 Functional Analysis  
 60 Foundations of Topology and Real Analysis  
 40 Foundations of Algebra  
 67 Combinatorics and Coding Theory  
 100 Complements of Algebra  
 80 Algebraic Topology  
 75 Ordinary Differential Equations  
 60 Partial Differential Equations  
 100 Geometric Mechanics  
 100 Dynamical Systems Theory  
 100 Renormalization Group  
 100 Mathematical Quantum Mechanics  
 71 Algebraic and Geometric Methods in Engineering and Physics  
 67 Riemannian Geometry  
 67 Riemann Surfaces and Algebraic Curves  
 75 AVERAGE APPROVAL RATIO IN (PURE) MATHEMATICS  
 50 Computability and Complexity  
 85 Cryptography and Security Protocols  
 88 Foundations of Logic and Theory of Computation  
 71 Logic and Model Checking  
 73 AVERAGE APPROVAL RATIO IN LOGIC AND COMPUTATION  
 100 Lineal Model Analysis  
 77 Multivariate Analysis  
 86 Biostatistics  
 83 Bayesian Applied Statistics  
 56 Biomedical Statistics  
 60 Computacional Statistics  
 62 Mathematical Statistics  
 76 Reliability and Quality Control  
 89 Introduction to Mathematical Finance  
 90 Introduction to Stochastic Processes  
 89 Statistical Methods in Data Mining  
 100 Time Series Analysis  
 100 Probability Theory  
 82 AVERAGE APPROVAL RATIO IN PROBABILITY AND STATISTICS

*From these values we may conclude:*

- *The approval ratios are all reasonable or good.*
- *Since the courses have 8 students on average, the approval ratios are sensitive to small changes in student performance.*
- *The average approval ratios by area (88 for IAM, 75 M, 73 LC e 82 PE) are all good. They are slightly higher in the two more applied specializations, and slightly lower in the two more abstract specializations.*

### 6.1.4. Empregabilidade.

6.1.4.1. Dados sobre desemprego dos diplomados do ciclo de estudos (estatísticas da DGEEC ou estatísticas e estudos próprios, com indicação do ano e fonte de informação).

*Ano após ano, tem-se verificado que a taxa de empregabilidade é de 100%.*

6.1.4.1. Data on the unemployment of study programme graduates (statistics from the Ministry or own statistics and studies, indicating the year and the data source).

*Year after year, the employability rate has been found to be 100%.*

6.1.4.2. Reflexão sobre os dados de empregabilidade.

*A empregabilidade é de 100%.*

**6.1.4.2. Reflection on the employability data.**

*The employability rate is 100%.*

**6.2. Resultados das atividades científicas, tecnológicas e artísticas.****6.2.1. Centro(s) de investigação, na área do ciclo de estudos, em que os docentes desenvolvem a sua atividade científica**

**6.2.1. Centro(s) de investigação, na área do ciclo de estudos, em que os docentes desenvolvem a sua actividade científica / Research Centre(s) in the area of the study programme, where the teachers develop their scientific activities**

Centro de Investigação / Research Centre	Classificação (FCT) / Mark (FCT)	IES / Institution	N.º de docentes do ciclo de estudos integrados/ No. of integrated study programme's teachers	Observações / Observations
CAMGSD	Excelente	IST	19	Ana Patrícia Gonçalves, Gabriel Lopes Cardoso, Gustavo Granja, Henrique Oliveira, João Paulo Teixeira, José Mourão, José Natário, Juha Videman, Leonardo Macarini, Lina Oliveira, Luís Barreira, Maria João Borges, Maria Vaz Pinto, Miguel Abreu, Pedro Brito, Pedro Girão, Pedro Martins Rodrigues, Ricardo Schiappa, Roger Picken
CEMAT	Muito Bom	IST	10	Ana Ferreira, Carlos Alves, Cláudia Nunes Philippart, Conceição Amado, Isabel Rodrigues, Jorge Tiago, Manuel João Morais, Manuel Scotto, Maria Rosário Oliveira, Pedro Lima
SQIG-IT	Muito Bom	IST - IT	4	Carlos Caleiro, Francisco Miguel Dionísio, Jaime Ramos, Paulo Mateus
CEAFEL	Bom	IST	3	Amarino Lebre, Catarina Carvalho, Paulo Lopes
CEAUL	Muito Bom	UL	2	Giovani Silva, Paulo Soares
CMAFIO	Muito Bom	UL	2	Cristina Sernadas, João Rasga
CFCUL	Muito Bom	UL	1	José Félix Costa
INESC-ID	Excelente	UL	1	João Carlos Pereira

**Pergunta 6.2.2. a 6.2.5.**

**6.2.2. Mapa-resumo de publicações científicas do corpo docente do ciclo de estudos em revistas internacionais com revisão por pares, livros ou capítulos de livros, ou trabalhos de produção artística, relevantes para o ciclo de estudos.**

<https://www.a3es.pt/si/iportal.php/cv/scientific-publication/formId/4ce06c8a-87f2-00f3-4a01-5e5fa3ca889f>

**6.2.3. Mapa-resumo de outras publicações relevantes, designadamente de natureza pedagógica:**

<https://www.a3es.pt/si/iportal.php/cv/other-scientific-publication/formId/4ce06c8a-87f2-00f3-4a01-5e5fa3ca889f>

**6.2.4. Atividades de desenvolvimento tecnológico e artístico, prestação de serviços à comunidade e formação avançada na(s) área(s) científica(s) fundamental(ais) do ciclo de estudos, e seu contributo real para o desenvolvimento nacional, regional e local, a cultura científica e a ação cultural, desportiva e artística.**

*Para além das suas funções de Ensino e I&D, o IST desenvolve atividades de ligação à Sociedade, contribuindo para o desenvolvimento económico e social do País em áreas relacionadas com a sua vocação no domínio da Engenharia, Ciência e Tecnologia. Procura-se estimular a capacidade empreendedora de alunos e docentes, privilegiando a ligação ao tecido empresarial. Os alunos podem participar num conjunto alargado de atividades extracurriculares fomentadas pelas associações de estudantes e com o apoio da Escola. As infraestruturas existentes permitem a prática de atividades culturais, lúdicas e desportivas, as quais assumem um papel importante na vida no IST e contribuem para que a vivência universitária se estenda para além do ensino. O cinema, o teatro, a música, a pintura, o jornalismo, a fotografia e a rádio têm assumido uma importância crescente. A nível desportivo é possível a prática de um vasto conjunto de modalidades, havendo equipas universitárias em várias competições.*

**6.2.4. Technological and artistic development activities, services to the community and advanced training in the fundamental scientific area(s) of the study programme, and their real contribution to the national, regional or local development, the scientific culture and the cultural, sports or artistic activity.**

*In addition to its teaching and R&D functions, IST develops activities of connection to the society, contributing to the economic and social development of the country in areas related to its vocation in the fields of Engineering, Science and Technology. There is an aim to*

*stimulate the entrepreneurial capacity of students and faculty, favouring the existence of links to enterprises. Students can participate in a wide range of extracurricular activities sponsored by student's organizations and with the support of the School. The existing infrastructure allows the exercise of cultural activities, recreational and sports, which play an important role in IST life and contribute to a university experience extending beyond the learning process. Cinema, theatre, music, painting, journalism, photography and radio have assumed increasing importance. In sports, the practice of a wide range of modalities is possible, with university teams involved in various competitions.*

**6.2.5. Integração das atividades científicas, tecnológicas e artísticas em projetos e/ou parcerias nacionais e internacionais, incluindo, quando aplicável, indicação dos principais projetos financiados e do volume de financiamento envolvido.**

*A grande maioria dos docentes do Departamento de Matemática está integrada em centros de investigação, integrando diversos projectos nacionais e internacionais financiados em 2019/2020. Em particular temos*

- \* 25 Projectos de investigação nacionais com um financiamento aproximado de 4.001.000€
- \* 13 Projectos de investigação internacionais com um financiamento aproximado de 5.478.000€.

**6.2.5. Integration of scientific, technologic and artistic activities in projects and/or partnerships, national or international, including, when applicable, the main projects with external funding and the corresponding funding values.**

*The vast majority of faculty members of the Department of Mathematics are integrated into different research centers and involved in several national and international research projects financed in 2019/2020. In particular we have*

- \* 25 National Research Projects with approximate funding of 4.001.000€
- \* 13 International Research Projects with approximate funding of 5.478.000€.

### **6.3. Nível de internacionalização.**

#### **6.3.1. Mobilidade de estudantes e docentes**

##### **6.3.1. Mobilidade de estudantes e docentes / Mobility of students and teaching staff**

	%
Alunos estrangeiros matriculados no ciclo de estudos / Foreign students enrolled in the study programme	1
Alunos em programas internacionais de mobilidade (in) / Students in international mobility programmes (in)	11
Alunos em programas internacionais de mobilidade (out) / Students in international mobility programmes (out)	10
Docentes estrangeiros, incluindo docentes em mobilidade (in) / Foreign teaching staff, including those in mobility (in)	0
Mobilidade de docentes na área científica do ciclo de estudos (out) / Teaching staff mobility in the scientific area of the study (out).	0

**6.3.2. Participação em redes internacionais com relevância para o ciclo de estudos (redes de excelência, redes Erasmus).**

**6.3.2. Participação em redes internacionais com relevância para o ciclo de estudos (redes de excelência, redes Erasmus).**

*European Consortium for Mathematics in Industry: O Instituto Superior Técnico (IST), através do Mestrado em Matemática e Aplicações (MMA), oferece programas de Matemática Industrial em conformidade com o modelo ECMI, o qual inclui dois perfis de especialização: Tecnomatemática e Economatemática.*

*Existem ainda os acordos seguintes:*

*Almeida Garrett*

*Acordos-Brasil*

*Acordos-Canadá*

*Acordos-China*

*Duplo Grau Brasil*

*Duplo Grau China*

*Duplo Grau Cluster*

*Duplo Grau França*

*Duplo Grau Itália*

*Erasmus*

*Acordos-HMDA*

*Acordos-Índia*

*Acordos- Israel*

*Acordos-Irão*

*Acordos-Japão*

**Acordos-Jordânia**  
**Acordos-Malásia**  
**Acordos-México**  
**Acordos-MTIH**  
**Acordos-Rússia**  
**Smile**  
**Acordos-Coreia do Sul**  
**Acordos-Tailândia**  
**Time**  
**Acordos-Uruguai**

6.3.2. Participation in international networks relevant for the study programme (excellence networks, Erasmus networks, etc.).

*European Consortium for Mathematics in Industry: Instituto Superior Técnico (IST), through the Master in Mathematics and Applications (MMA), offers Industrial Mathematics programmes conforming to the ECMI model, which includes two profiles of specialization: Technomathematics and Economathematics.*

*The following agreements are presently active:*

**Almeida Garrett**  
**Agreements-Brazil**  
**Canada-Agreements**  
**Agreements-China**  
**Double Degree Brazil**  
**Double Degree China**  
**Double Degree Cluster**  
**Double Degree France**  
**Double Degree Italy**  
**Erasmus**  
**Agreements-HMDA**  
**Agreements-India**  
**Agreements-Israel**  
**Iran-Agreements**  
**Agreements-Japan**  
**Jordan-Agreements**  
**Agreements-Malaysia**  
**Agreements-Mexico**  
**Agreements-MTIH**  
**Agreements-Russia**  
**Smile**  
**Agreements-South Korea**  
**Agreements-Thailand**  
**Time**  
**Agreements-Uruguai**

## 6.4. Eventual informação adicional sobre resultados.

---

6.4. Eventual informação adicional sobre resultados.

6.4. Eventual additional information on results.

## 7. Organização interna e mecanismos de garantia da qualidade

### 7.1 Existe um sistema interno de garantia da qualidade certificado pela A3ES

---

7.1. Existe um sistema interno de garantia da qualidade certificado pela A3ES (S/N)?

Se a resposta for afirmativa, a Instituição tem apenas que preencher os itens 7.1.1 e 7.1.2, ficando dispensada de preencher as secções 7.2.

Se a resposta for negativa, a Instituição tem que preencher a secção 7.2, podendo ainda, se o desejar, proceder ao preenchimento facultativo dos itens 7.1.1 e/ou 7.1.2.

**Sim**

### 7.1.1. Hiperligação ao Manual da Qualidade.

[http://cgq.tecnico.ulisboa.pt/files/sites/76/manualqualidadev03\\_00.pdf](http://cgq.tecnico.ulisboa.pt/files/sites/76/manualqualidadev03_00.pdf)

### 7.1.2. Anexar ficheiro PDF com o último relatório de autoavaliação do ciclo de estudos elaborado no âmbito do sistema interno de garantia da qualidade (PDF, máx. 500kB).

[7.1.2.\\_R3A\\_MMA\\_2017\\_18\\_new\\_reduce.pdf](http://cgq.tecnico.ulisboa.pt/files/sites/76/manualqualidadev03_00.pdf)

## 7.2 Garantia da Qualidade

---

7.2.1. Mecanismos de garantia da qualidade dos ciclos de estudos e das atividades desenvolvidas pelos Serviços ou estruturas de apoio aos processos de ensino e aprendizagem, designadamente quanto aos procedimentos destinados à recolha de informação (incluindo os resultados dos inquéritos aos estudantes e os resultados da monitorização do sucesso escolar), ao acompanhamento e avaliação periódica dos ciclos de estudos, à discussão e utilização dos resultados dessas avaliações na definição de medidas de melhoria e ao acompanhamento da implementação dessas medidas.

*<sem resposta>*

7.2.1. Mechanisms for quality assurance of the study programmes and the activities promoted by the services or structures supporting the teaching and learning processes, namely regarding the procedures for information collection (including the results of student surveys and the results of academic success monitoring), the monitoring and periodic assessment of the study programmes, the discussion and use of the results of these assessments to define improvement measures, and the monitoring of their implementation.

*<no answer>*

7.2.2. Indicação da(s) estrutura(s) e do cargo da(s) pessoa(s) responsável(eis) pela implementação dos mecanismos de garantia da qualidade dos ciclos de estudos.

*<sem resposta>*

7.2.2. Structure(s) and job role of person(s) responsible for implementing the quality assurance mechanisms of the study programmes.

*<no answer>*

7.2.3. Procedimentos de avaliação do desempenho do pessoal docente e medidas conducentes à sua permanente atualização e desenvolvimento profissional.

*<sem resposta>*

7.2.3. Procedures for the assessment of teaching staff performance and measures for their continuous updating and professional development.

*<no answer>*

7.2.3.1. Hiperligação facultativa ao Regulamento de Avaliação de Desempenho do Pessoal Docente.

*<sem resposta>*

7.2.4. Procedimentos de avaliação do pessoal não-docente e medidas conducentes à sua permanente atualização e desenvolvimento profissional.

*<sem resposta>*

7.2.4. Procedures for the assessment of non-academic staff performance and measures for their continuous updating and professional development.

*<no answer>*

7.2.5. Forma de prestação de informação pública sobre o ciclo de estudos.

*<sem resposta>*

7.2.5. Means of providing public information on the study programme.

*<no answer>*

7.2.6. Outras vias de avaliação/acreditação nos últimos 5 anos.

*<sem resposta>*

### 7.2.6. Other assessment/accreditation activities over the last 5 years.

<no answer>

## 8. Análise SWOT do ciclo de estudos e proposta de ações de melhoria

### 8.1 Análise SWOT global do ciclo de estudos

---

#### 8.1.1. Pontos fortes

*Formação científica sólida e abrangente.*

*Enorme flexibilidade curricular. Não há cadeiras obrigatórias (excepto num perfil, onde há apenas 4 unidades curriculares obrigatórias).*

*Corpo docente cientificamente activo.*

*Ligação aos centros de investigação.*

*Possibilidade de acreditação ECMI.*

*Há muitos acordos bilaterais com outras universidades.*

#### 8.1.1. Strengths

*Students are given a strong and widerange scientific knowledge.*

*There are no mandatory courses (except in one of the areas where there are 4 mandatory courses), the syllabus is very flexible.*

*Scientifically active professors working in good research centers.*

*The students may obtain an ECMI certificate.*

*There are many bilateral agreements with other universities.*

#### 8.1.2. Pontos fracos

*A percentagem de alunos internacionais é inferior ao desejável.*

#### 8.1.2. Weaknesses

*The percentage of international students in lower than desirable.*

#### 8.1.3. Oportunidades

*Possibilidade de atracção de um maior número de alunos estrangeiros.*

*Para além da preparação de quadros qualificados para setores da indústria e serviços de forte incidência científica e tecnológica, a formação ministrada potencia também o prosseguimento de estudos de 3º ciclo, quer em matemática, quer noutras áreas da ciência e engenharia, onde uma formação sólida em matemática é fundamental.*

*Empregabilidade actual de 100%.*

*Muitas saídas profissionais.*

#### 8.1.3. Opportunities

*Possibility of attraction of a greater number of foreign students.*

*In addition to the preparation of qualified professionals for sectors of industry and services, with a strong scientific and technological impact, the training provided also enables the continuation of 3rd cycle studies, either in mathematics or in other areas of science and engineering, where solid training in math is the key.*

*Current employability of 100%.*

*Many professional opportunities.*

#### 8.1.4. Constrangimentos

*Numerus clausus de 25 alunos.*

#### 8.1.4. Threats

*Numerus clausus of 25 students.*

### 8.2. Proposta de ações de melhoria

---

#### 8.2. Proposta de ações de melhoria

##### 8.2.1. Ação de melhoria

***Está a ser feita uma reestruturação dos cursos do Técnico que aumentará ainda mais a sua flexibilidade e permitirá aos alunos obter minors.***

#### **8.2.1. Improvement measure**

***A restructuring of Técnico's courses is underway that will further increase their flexibility and allow students to obtain minors.***

#### **8.2.2. Prioridade (alta, média, baixa) e tempo de implementação da medida**

***<sem resposta>***

#### **8.2.2. Priority (high, medium, low) and implementation time.**

***<no answer>***

#### **8.1.3. Indicadores de implementação**

***<sem resposta>***

#### **8.1.3. Implementation indicator(s)**

***<no answer>***

## **9. Proposta de reestruturação curricular (facultativo)**

### **9.1. Alterações à estrutura curricular**

---

#### **9.1. Síntese das alterações pretendidas e respectiva fundamentação**

***Pretende-se alterar a designação do ciclo de estudos de Matemática e Aplicações para Matemática Aplicada e Computação.***

***Presentemente os cursos do IST estão a sofrer uma grande alteração curricular no sentido de uma maior flexibilidade. As novas regras têm implicações no mestrado de matemática, desde logo porque as nossas cadeiras eram todas de 7,5 ects e agora os créditos das cadeiras só podem ser múltiplos de 3 ects. Assim, algumas cadeiras passam para 6 ects e outras passam para 9 ects. É dada aos alunos a possibilidade de fazerem 30 ects fora da matemática, entre os quais 9 ects de competências transversais.***

***Pretende-se que os alunos façam, em média, por semestre, 2 UCs de 9 ects e 2 UCs de 6 ects. Assim, os alunos continuarão a fazer 4 UCs por semestre, ponto que consideramos fundamental.***

***A estrutura curricular global do curso de 2º ciclo é:***

- Área principal 60 ects***
- Opções livres e competências transversais 30 ects***
- Dissertação 30 ects***

***São criadas cinco novas unidades curriculares. Os programas das UCs existentes são atualizados, tendo também em conta as alterações de créditos que as cadeiras sofem.***

#### **9.1. Synthesis of the proposed changes and justification.**

***We wish to change the designation of the course from Mathematics and Applications to Applied Mathematics and Computation.***

***At present, IST courses are undergoing a major curricular change to give them greater flexibility. The new rules have implications for the mathematics master's degree, since our courses were all 7.5 ects and now all credits must be multiples of 3 ects. Thus, the credits of some courses goes down to 6 ects and others go up to 9 ects. Students are given the possibility to take 30 ects outside of mathematics, including 9 ects of transversal skills.***

***It is intended that students enroll, on average, per semester, in 2 UCs of 9 ects and 2 UCs of 6 ects. Thus, students will continue to take 4 UCs per semester, a point that we consider essential.***

***The global curriculum structure of the 2nd cycle course is:***

- Main area 60 ects***
- Free options and transversal skills 30 ects***
- Thesis 30 ects***

***Five new courses are created. The programs of the existing CUs are updated, also taking into account the changes in***

*credits that the courses undergo.*

## 9.2. Nova estrutura curricular pretendida (apenas os percursos em que são propostas alterações)

### 9.2. Todos os perfis

#### 9.2.1. Ramo, opção, perfil, maior/menor ou outra (se aplicável):

*Todos os perfis*

#### 9.2.1. Branch, option, profile, major/minor or other (if applicable).

*All specializations*

#### 9.2.2. Áreas científicas e créditos necessários à obtenção do grau / Scientific areas and number of credits to award the degree

Área Científica / Scientific Area	Sigla / Acronym	ECTS Obrigatórios / Mandatory ECTS	ECTS Optativos / Optional ECTS*	Observações / Observations
Todas as áreas científicas do Departamento de Matemática/All scientific areas of the Mathematics Department	Diss	30	0	A Dissertação poderá ser realizada no âmbito de qualquer uma das AC do DM
<b>(1 Item)</b>		<b>30</b>	<b>0</b>	

### 9.2. Área de Especialização em Matemática

#### 9.2.1. Ramo, opção, perfil, maior/menor ou outra (se aplicável):

*Área de Especialização em Matemática*

#### 9.2.1. Branch, option, profile, major/minor or other (if applicable).

*Area of Specialization in Mathematics*

#### 9.2.2. Áreas científicas e créditos necessários à obtenção do grau / Scientific areas and number of credits to award the degree

Área Científica / Scientific Area	Sigla / Acronym	ECTS Obrigatórios / Mandatory ECTS	ECTS Optativos / Optional ECTS*	Observações / Observations
Álgebra e Topologia/Algebra and Topology	AlgTop	0	0	Oferta de 33 ECTS em UC de Opção nesta AC
Análise Real e Análise Funcional/ Real Analysis and Functional Analysis	ARAF	0	0	Oferta de 27 ECTS em UC de Opção nesta AC
Equações Diferenciais e Sistemas Dinâmicos/Differential Equations and Dynamics Systems	EDSD	0	0	Oferta de 30 ECTS em UC de Opção nesta AC
Física-Matemática/Physics-Mathematics	FM	0	0	Oferta de 18 ECTS em UC de Opção nesta AC
Geometria/ Geometry	Geom	0	0	Oferta de 21 ECTS em UC de Opção nesta AC
Opções de Matemática/Mathematics Options	OM	0	0	Oferta de 30 ECTS em UC de Opção nesta AC
Opções de Doutoramento de Matemática/Mathematics PhD Options	ODM	0	0	Oferta de 30 ECTS em UC de Opção nesta AC
Opções IST ou Universidade de Lisboa/Options IST Universidade de Lisboa	OL	0	0	Oferta de 42 ECTS em UC de Opção nesta AC
Competências Transversais/Crosscutting Skills	CT	0	0	Oferta de 21 ECTS em UC de Opção nesta AC

ECTS Necessarios em Opções/Required ECTS in Options	OP	0	90	O Elenco de UC's opcionais é fixado anualmente pelo Órgão Legal e Estatutariamente competente do IST
<b>(10 Items)</b>		<b>0</b>	<b>90</b>	

## 9.2. Área de Especialização em Matemática Aplicada e Industrial

### 9.2.1. Ramo, opção, perfil, maior/menor ou outra (se aplicável): *Área de Especialização em Matemática Aplicada e Industrial*

#### 9.2.1. Branch, option, profile, major/minor or other (if applicable). *Area of Specialization in Industrial and Applied Mathematics*

#### 9.2.2. Áreas científicas e créditos necessários à obtenção do grau / Scientific areas and number of credits to award the degree

Área Científica / Scientific Area	Sigla / Acronym	ECTS Obrigatórios / Mandatory ECTS	ECTS Optativos / Optional ECTS*	Observações / Observations
Análise Numérica e Análise Aplicada/ Numerical Analysis and Applied Analysis	ANAA	0	0	Oferta de 57 ECTS em UC de Opção nesta AC
Opções de Matemática/Mathematics Options	OM	0	0	Oferta de 36 ECTS em UC de Opção nesta AC
Opções de Doutoramento de Matemática/Mathematics PhD Options	ODM	0	0	Oferta de 15 ECTS em UC de Opção nesta AC
Opções de Aplicações/Application options	OA	0	0	Oferta de 12 ECTS em UC de Opção nesta AC
Opções IST ou Universidade de Lisboa/Options IST ou Universidade de Lisboa	OL	0	0	Oferta de 42 ECTS em UC de Opção nesta AC
Competências Transversais/Crosscutting Skills	CT	0	0	Oferta de 21 ECTS em UC de Opção nesta AC
ECTS Necessários em Opções/Required ECTS in Options	OP	0	90	O de Elenco UC's opcionais é fixado anualmente pelo Órgão Legal e Estatutariamente competente do IST
<b>(7 Items)</b>		<b>0</b>	<b>90</b>	

## 9.2. Área de Especialização em Lógica e Computação

### 9.2.1. Ramo, opção, perfil, maior/menor ou outra (se aplicável): *Área de Especialização em Lógica e Computação*

#### 9.2.1. Branch, option, profile, major/minor or other (if applicable). *Area of Specialization in Logic and Computation*

#### 9.2.2. Áreas científicas e créditos necessários à obtenção do grau / Scientific areas and number of credits to award the degree

Área Científica / Scientific Area	Sigla / Acronym	ECTS Obrigatórios / Mandatory ECTS	ECTS Optativos / Optional ECTS*	Observações / Observations
Lógica e Computação/Logic and Computing	LogComp	30	0	Oferta de 12 ECTS em UC de Opção nesta AC
Opções de Matemática/Mathematics Options	OM	0	0	Oferta de 54 ECTS em UC de Opção nesta AC
Opções de Doutoramento de Matemática/Mathematics PhD Options	ODM	0	0	Oferta de 15 ECTS em UC de Opção nesta AC

Opções IST ou Universidade de Lisboa/Options IST Universidade de Lisboa	OL	0	0	Oferta de 42 ECTS em UC de Opção nesta AC
Competências Transversais/Crosscutting Skills	CT	0	0	Oferta de 21 ECTS em UC de Opção nesta AC
ECTS Necessários em Opções/Required ECTS in Options	OP	0	60	O de Elenco UC's opcionais é fixado anualmente pelo Órgão Legal e Estatutariamente competente do IST
<b>(6 Items)</b>		<b>30</b>	<b>60</b>	

## 9.2. Área de Especialização em Probabilidade e Estatística

### 9.2.1. Ramo, opção, perfil, maior/menor ou outra (se aplicável): *Área de Especialização em Probabilidade e Estatística*

### 9.2.1. Branch, option, profile, major/minor or other (if applicable). *Area of Specialization in Probability and Statistics*

### 9.2.2. Áreas científicas e créditos necessários à obtenção do grau / Scientific areas and number of credits to award the degree

Área Científica / Scientific Area	Sigla / Acronym	ECTS Obrigatórios / Mandatory ECTS	ECTS Optativos / Optional ECTS*	Observações / Observations
Probabilidades e Estatística/Probability and Statistics	PE	0	0	Oferta de 96 ECTS em UC de Opção nesta AC
Opções de Matemática/Mathematics Options	OM	0	0	Oferta de 30 ECTS em UC de Opção nesta AC
Opções de Doutoramento de Matemática/Mathematics PhD Options	ODM	0	0	Oferta de 15 ECTS em UC de Opção nesta AC
Opções IST ou Universidade de Lisboa/Options IST Universidade de Lisboa	OL	0	0	Oferta de 42 ECTS em UC de Opção nesta AC
Competências Transversais/Crosscutting Skills	CT	0	0	Oferta de 21 ECTS em UC de Opção nesta AC
ECTS Necessários em Opções/Required ECTS in Options	OP	0	90	O de Elenco UC's opcionais é fixado anualmente pelo Órgão Legal e Estatutariamente competente do IST
<b>(6 Items)</b>		<b>0</b>	<b>90</b>	

## 9.3. Plano de estudos

### 9.3. Plano de estudos - Todos os perfis - 2º Ano / 2º Semestre

#### 9.3.1. Ramo, variante, área de especialização do mestrado ou especialidade do doutoramento (se aplicável): *Todos os perfis*

#### 9.3.1. Branch, option, specialization area of the master or speciality of the PhD (if applicable): *All specializations*

#### 9.3.2. Ano/semestre/trimestre curricular: *2º Ano / 2º Semestre*

#### 9.3.2. Curricular year/semester/trimester: *2 Year / 2 Semester*

### 9.3.3 Plano de estudos / Study plan

Unidades Curriculares / Curricular Units	Área Científica / Scientific Area (1)	Duração / Duration (2)	Horas Trabalho / Working Hours (3)	Horas Contacto / Contact Hours (4)	ECTS	Observações / Observations (5)
Dissertação de Mestrado em Matemática Aplicada e Computação / Master Dissertation in Applied Mathematics and Computation (1 Item)	Diss	Semestral	840	OT - 28	30	

### 9.3. Plano de estudos - Área de Especialização em Matemática - 1º Ano 1º e 2º semestre e 2º ano 1º Semestre

#### 9.3.1. Ramo, variante, área de especialização do mestrado ou especialidade do doutoramento (se aplicável): *Área de Especialização em Matemática*

#### 9.3.1. Branch, option, specialization area of the master or speciality of the PhD (if applicable): *Area of Specialization in Mathematics*

#### 9.3.2. Ano/semestre/trimestre curricular: *1º Ano 1º e 2º semestre e 2º ano 1º Semestre*

#### 9.3.2. Curricular year/semester/trimester: *1st Year 1st and 2nd Semester and 2nd Year 1st Semester*

### 9.3.3 Plano de estudos / Study plan

Unidades Curriculares / Curricular Units	Área Científica / Scientific Area (1)	Duração / Duration (2)	Horas Trabalho / Working Hours (3)	Horas Contacto / Contact Hours (4)	ECTS	Observações / Observations (5)
Introdução à Teoria de Códigos / Introduction to Coding Theory	AlgTop	Semestral	168	TP - 49.00	6	a) entre 5 AC AlgTop;ARAF;EDSD;FM;Geom escolher 3 com pelo menos 12ECTS. Realizar 48ECTS conjunto
Grupos, Anéis e Módulos / Groups, Rings and Modules	AlgTop	Semestral	252	TP - 70.00	9	a) entre 5 AC AlgTop;ARAF;EDSD;FM;Geom escolher 3 com pelo menos 12ECTS. Realizar 48ECTS conjunto
Análise Real / Real Analysis	ARAF	Semestral	252	TP - 70.00	9	a) entre 5 AC AlgTop;ARAF;EDSD;FM;Geom escolher 3 com pelo menos 12ECTS. Realizar 48ECTS conjunto
Equações Diferenciais Ordinárias / Ordinary Differential Equations	EDSD	Semestral	252	TP - 70.00	9	a) entre 5 AC AlgTop;ARAF;EDSD;FM;Geom escolher 3 com pelo menos 12ECTS. Realizar 48ECTS conjunto
Mecânica Geométrica / Geometric Mechanics	EDSD	Semestral	168	TP - 49.00	6	a) entre 5 AC AlgTop;ARAF;EDSD;FM;Geom escolher 3 com pelo menos 12ECTS. Realizar 48ECTS conjunto
Grupo de Renormalização / Renormalization Group	FM	Semestral	168	TP - 49.00	6	a) entre 5 AC AlgTop;ARAF;EDSD;FM;Geom escolher 3 com pelo menos 12ECTS. Realizar 48ECTS conjunto
Mecânica Quântica Matemática / Mathematical Quantum Mechanics	FM	Semestral	168	TP - 49.00	6	a) entre 5 AC AlgTop;ARAF;EDSD;FM;Geom escolher 3 com pelo menos 12ECTS. Realizar 48ECTS conjunto
Métodos de Álgebra e Geometria em Engenharia e Física / Algebraic and Geometric Methods in Engineering and Physics	FM	Semestral	168	TP - 49.00	6	a) entre 5 AC AlgTop;ARAF;EDSD;FM;Geom escolher 3 com pelo menos 12ECTS. Realizar 48ECTS conjunto

Superfícies de Riemann e Curvas Algébricas / Riemann Surfaces and Algebraic Curves	Geom	Semestral	252	TP - 70.00	9	a) entre 5 AC AlgTop;ARAF;EDSD;FM;Geom escolher 3 com pelo menos 12ECTS. Realizar 48ECTS conjunto
Geometria Diferencial de Curvas e Superfícies / Differential Geometry of Curves and Surfaces	Geom	Semestral	168	TP - 49.00	6	a) entre 5 AC AlgTop;ARAF;EDSD;FM;Geom escolher 3 com pelo menos 12ECTS. Realizar 48ECTS conjunto
Teoria de Galois e Álgebra Comutativa / Galois Theory and Commutative Algebra	AlgTop	Semestral	252	TP - 70.00	9	a) entre 5 AC AlgTop;ARAF;EDSD;FM;Geom escolher 3 com pelo menos 12ECTS. Realizar 48ECTS conjunto
Topologia Algébrica / Algebraic Topology	AlgTop	Semestral	252	TP - 70.00	9	a) entre 5 AC AlgTop;ARAF;EDSD;FM;Geom escolher 3 com pelo menos 12ECTS. Realizar 48ECTS conjunto
Análise Funcional / Functional Analysis	ARAF	Semestral	168	TP - 49.00	6	a) entre 5 AC AlgTop;ARAF;EDSD;FM;Geom escolher 3 com pelo menos 12ECTS. Realizar 48ECTS conjunto
Matemática para Aprendizagem Automática / Mathematics for Machine Learning	ARAF	Semestral	168	TP - 49.00	6	a) entre 5 AC AlgTop;ARAF;EDSD;FM;Geom escolher 3 com pelo menos 12ECTS. Realizar 48ECTS conjunto
Equações Diferenciais Parciais / Partial Differential Equations	EDSD	Semestral	252	TP - 70.00	9	a) entre 5 AC AlgTop;ARAF;EDSD;FM;Geom escolher 3 com pelo menos 12ECTS. Realizar 48ECTS conjunto
Teoria de Sistemas Dinâmicos / Dynamical Systems Theory	EDSD	Semestral	168	TP - 49.00	6	a) entre 5 AC AlgTop;ARAF;EDSD;FM;Geom escolher 3 com pelo menos 12ECTS. Realizar 48ECTS conjunto
Geometria Riemanniana / Riemannian Geometry	Geom	Semestral	168	TP - 49.00	6	a) entre 5 AC AlgTop;ARAF;EDSD;FM;Geom escolher 3 com pelo menos 12ECTS. Realizar 48ECTS conjunto
Opção de Matemática I	OM	Semestral	252	TP - 70	9	6 ou 9 ECTS b) pelo menos 12ECTS UCs do DMatemática
Opção de Matemática II	OM	Semestral	252	TP - 70	9	6 ou 9 ECTS b) pelo menos 12ECTS UCs do DMatemática
Projeto Integrador de 2º Ciclo em Matemática Aplicada e Computação/2nd Cycle Integrated Project in Applied Mathematics and Computation	OM	Semestral	336	OT - 28	12	b) pelo menos 12ECTS UCs do DMatemática
Opção de Doutoramento I	ODM	Semestral	210	TP - 56.00	7.5	c) até 30ECTS em UC de 3º ciclo nas AC; AlgTop;ARAF;EDSD;FM;Geom.
Opção de Doutoramento II	ODM	Semestral	210	TP - 56.00	7.5	c) até 30ECTS em UC de 3º ciclo nas AC; AlgTop;ARAF;EDSD;FM;Geom.
Opção de Doutoramento III	ODM	Semestral	210	TP - 56.00	7.5	c) até 30ECTS em UC de 3º ciclo nas AC; AlgTop;ARAF;EDSD;FM;Geom.
Opção de Doutoramento IV	ODM	Semestral	210	TP - 56.00	7.5	c) até 30ECTS em UC de 3º ciclo nas AC; AlgTop;ARAF;EDSD;FM;Geom.
Opção IST ou Universidade de Lisboa	OL	Semestral	168	na	9	6 ou 9 ECTS d) 30ECTS em UC da UL compatíveis com estrutura do curso e em competencias transversais
Opção IST ou Universidade de Lisboa	OL	Semestral	252	na	9	6 ou 9 ECTS d) 30ECTS em UC da UL compatíveis com estrutura do curso e em competencias transversais
Opção IST ou Universidade de Lisboa	OL	Semestral	252	na	9	6 ou 9 ECTS d) 30ECTS em UC da UL compatíveis com estrutura do curso e em competencias transversais
Opção IST ou Universidade de Lisboa	OL	Semestral	252	na	9	6 ou 9 ECTS d) 30ECTS em UC da UL compatíveis com estrutura do curso e em competencias transversais
Opção IST ou Universidade de Lisboa	OL	Semestral	168	na	6	d) 30ECTS em UC da UL compatíveis com estrutura do curso e em competencias transversais

Seminário de Investigação e Relatório A / Research Seminar and Report A	CT	Semestral	168	S - 28.00; OT - 14.00	6	d) + e) até 9ECTS no conjunto destas UCs
Projecto em Modelação Matemática / Project in Mathematical Modeling	CT	Semestral	168	S - 28.00; OT - 14.00	6	d) + e) até 9ECTS no conjunto destas UCs
Seminário de Investigação e Relatório B / Research Seminar and Report B	CT	Semestral	84	S - 14.00; OT - 7.00	3	d) + e) até 9ECTS no conjunto destas UCs
Atividades Extracurriculares I / Extracurricular Activities I	CT	Semestral	84	na	3	d) + e) até 9ECTS no conjunto destas UCs
Atividades Extracurriculares II / Extracurricular Activities II	CT	Semestral	84	na	3	d) + e) até 9ECTS no conjunto destas UCs
Análise Complexa / Complex Analysis	ARAF	Semestral	168	TP - 49.00	6	a) entre 5 AC AlgTop;ARAF;EDSD;FM;Geom escolher 3 com pelo menos 12ECTS. Realizar 48ECTS conjunto

(35 Items)

### 9.3. Plano de estudos - Área de Especialização em Matemática Aplicada e Industrial - 1º Ano 1º e 2º semestre e 2º ano 1º Semestre

#### 9.3.1. Ramo, variante, área de especialização do mestrado ou especialidade do doutoramento (se aplicável):

*Área de Especialização em Matemática Aplicada e Industrial*

#### 9.3.1. Branch, option, specialization area of the master or speciality of the PhD (if applicable):

*Area of Specialization in Industrial and Applied Mathematics*

#### 9.3.2. Ano/semestre/trimestre curricular:

*1º Ano 1º e 2º semestre e 2º ano 1º Semestre*

#### 9.3.2. Curricular year/semester/trimester:

*1st Year 1st and 2nd Semester and 2nd Year 1st Semester*

### 9.3.3 Plano de estudos / Study plan

Unidades Curriculares / Curricular Units	Área Científica / Scientific Area (1)	Duração / Duration (2)	Horas Trabalho / Working Hours (3)	Horas Contacto / Contact Hours (4)	ECTS	Observações / Observations (5)
Análise Numérica / Numerical Analysis	ANAA	Semestral	168	TP - 49.00	6	a) pelo menos 30 ects na área científica de ANAA
Análise Numérica Funcional e Optimização / Numerical Functional Analysis and Optimization	ANAA	Semestral	168	TP - 49.00	6	a) pelo menos 30 ects na área científica de ANAA
Métodos Numéricos para Equações Diferenciais Ordinárias / Numerical Methods for Ordinary Differential Equations	ANAA	Semestral	168	TP - 49.00	6	a) pelo menos 30 ects na área científica de ANAA
Modelação Matemática e Aplicações / Mathematical Modelling and Applications	ANAA	Semestral	252	TP - 70.00	9	a) pelo menos 30 ects na área científica de ANAA
Modelos Matemáticos em Biomedicina / Mathematical Models in Biomedicine	ANAA	Semestral	168	TP - 49.00	6	a) pelo menos 30 ects na área científica de ANAA
Métodos Computacionais em Finanças / Computational Methods in Finance	ANAA	Semestral	168	TP - 49.00	6	a) pelo menos 30 ects na área científica de ANAA
Controlo Ótimo Numérico / Numerical Optimal Control	ANAA	Semestral	252	TP - 70.00	9	a) pelo menos 30 ects na área científica de ANAA

Análise Numérica de Equações Diferenciais Parciais / Numerical Analysis of Partial Differential Equations	ANAA	Semestral	252	TP - 70.00	9	a) pelo menos 30 ects na área científica de ANAA
Opção de Matemática I	OM	Semestral	252	TP - 70	9	6 ou 9 ECTS b) pelo menos 18 ects em UC áreas científicas ARAF, EDSD, PE, e ProjInt 2ºciclo
Opção de Matemática II	OM	Semestral	252	TP - 70	9	6 ou 9 ECTS b) pelo menos 18 ects em UC áreas científicas ARAF, EDSD, PE, e ProjInt 2ºciclo
Opção de Matemática III	OM	Semestral	168	TP - 49	6	b) pelo menos 18 ects em UC nas áreas científicas ARAF, EDSD, PE, e ProjInt 2ºciclo
Projeto Integrador de 2º Ciclo em Matemática Aplicada e Computação / 2nd Cycle Integrated Project in Applied Mathematics and Computation	OM	Semestral	336	OT - 28	12	b) pelo menos 18 ects em UC nas áreas científicas ARAF, EDSD, PE, e ProjInt 2ºciclo
Opção de Doutoramento I	ODM	Semestral	210	TP - 56	7.5	c) até 15 ects em unidades curriculares de 3º ciclo na AC ANAA
Opção de Doutoramento II	ODM	Semestral	210	TP - 56	7.5	c) até 15 ects em unidades curriculares de 3º ciclo na AC ANAA
Opção em Aplicações I	OA	Semestral	168	TP - 49	6	d) pelo menos 12ECTS nas AC de CGM;CAII;MEC;MEE;SDC;Tele
Opção em Aplicações II	OA	Semestral	168	TP - 49	6	d) pelo menos 12ECTS nas AC de CGM;CAII;MEC;MEE;SDC;Tele
Opção IST ou Universidade de Lisboa	OL	Semestral	252	na	9	6 ou 9 ECTS e) 30ECTS em UC da UL compatíveis com estrutura do curso e em competências transversais
Opção IST ou Universidade de Lisboa	OL	Semestral	252	na	9	6 ou 9 ECTS e) 30ECTS em UC da UL compatíveis com estrutura do curso e em competências transversais
Opção IST ou Universidade de Lisboa	OL	Semestral	252	na	9	6 ou 9 ECTS e) 30ECTS em UC da UL compatíveis com estrutura do curso e em competências transversais
Opção IST ou Universidade de Lisboa	OL	Semestral	252	na	9	6 ou 9 ECTS e) 30ECTS em UC da UL compatíveis com estrutura do curso e em competências transversais
Opção IST ou Universidade de Lisboa	OL	Semestral	168	TP - 49	6	e) 30ECTS em UC da UL compatíveis com estrutura do curso e em competências transversais
Seminário de Investigação e Relatório A / Research Seminar and Report	CT	Semestral	168	S - 28.00; OT - 14.00	6	e)+f) até 9 ects no conjunto destas unidades curriculares
Projecto em Modelação Matemática / Project in Mathematical Modeling	CT	Semestral	168	S - 28.00; OT - 14.00	6	e)+f) até 9 ects no conjunto destas unidades curriculares
Seminário de Investigação e Relatório B / Research Seminar and Report B	CT	Semestral	84	S - 14.00; OT - 7.00	3	e)+f) até 9 ects no conjunto destas unidades curriculares
Atividades Extracurriculares I / Extracurricular Activities I	CT	Semestral	84	na	3	e)+f) até 9 ects no conjunto destas unidades curriculares
Atividades Extracurriculares II / Extracurricular Activities II	CT	Semestral	84	na	3	e)+f) até 9 ects no conjunto destas unidades curriculares

**(26 Items)****9.3. Plano de estudos - Área de Especialização em Lógica e Computação - 1º Ano 1º e 2º semestre e 2º ano 1º Semestre****9.3.1. Ramo, variante, área de especialização do mestrado ou especialidade do doutoramento (se aplicável):*****Área de Especialização em Lógica e Computação*****9.3.1. Branch, option, specialization area of the master or speciality of the PhD (if applicable):*****Area of Specialization in Logic and Computation***

**9.3.2. Ano/semestre/trimestre curricular:****1º Ano 1º e 2º semestre e 2º ano 1º Semestre****9.3.2. Curricular year/semester/trimester:****1st Year 1st and 2nd Semester and 2nd Year 1st Semester****9.3.3 Plano de estudos / Study plan**

<b>Unidades Curriculares / Curricular Units</b>	<b>Área Científica / Scientific Area (1)</b>	<b>Duração / Duration (2)</b>	<b>Horas Trabalho / Working Hours (3)</b>	<b>Horas Contacto / Contact Hours (4)</b>	<b>ECTS</b>	<b>Observações / Observations (5)</b>
Fundamentos de Lógica e Teoria da Computação / Foundations of Logic and Theory of Computation	LogComp	Semestral	252	TP - 70.00	9	obrigatória
Computabilidade e Complexidade / Computability and Complexity	LogComp	Semestral	168	TP - 49.00	6	obrigatória
Lógica e Verificação de Modelos / Logic and Model Checking	LogComp	Semestral	252	T - 42.00; PL - 28.00	9	obrigatória
Criptografia e Protocolos de Segurança / Cryptography and Security Protocols	LogComp	Semestral	168	TP - 49.00	6	obrigatória
Introdução à Informação e Computação Quânticas / Introduction to Quantum Information and Computation	LogComp	Semestral	168	T - 28.00; TP - 21.00	6	a) pelo menos 30 ects em UC das áreas científicas do Departamento de Matemática do IST
Introdução à Teoria da Aprendizagem / Introduction to Learning Theory	LogComp	Semestral	168	TP - 49.00	6	a) pelo menos 30 ects em UC das áreas científicas do Departamento de Matemática do IST
Opção de Matemática I	OM	Semestral	252	TP - 70	9	6 ou 9 ECTS a) pelo menos 30 ects em UC das áreas científicas do Departamento de Matemática do IST
Opção de Matemática II	OM	Semestral	252	TP - 70	9	6 ou 9 ECTS a) pelo menos 30 ects em UC das áreas científicas do Departamento de Matemática do IST
Opção de Matemática III	OM	Semestral	252	TP - 70	9	6 ou 9 ECTS a) pelo menos 30 ects em UC das áreas científicas do Departamento de Matemática do IST
Opção de Matemática IV	OM	Semestral	252	TP - 70	9	6 ou 9 ECTS a) pelo menos 30 ects em UC das áreas científicas do Departamento de Matemática do IST
Opção de Matemática V	OM	Semestral	168	TP - 49	6	a) pelo menos 30 ects em UC das áreas científicas do Departamento de Matemática do IST
Projeto Integrador de 2º Ciclo em Matemática Aplicada e Computação / 2nd Cycle Integrated Project in Applied Mathematics and Computation	OM	Semestral	336	OT - 28.00	12	a) pelo menos 30 ects em UC das áreas científicas do Departamento de Matemática do IST
Opção de Doutoramento I	ODM	Semestral	210	TP - 56.00	7.5	b) até 15 ects em unidades curriculares de 3º ciclo na área científica de LogCom.
Opção de Doutoramento II	ODM	Semestral	210	TP - 56.00	7.5	b) até 15 ects em unidades curriculares de 3º ciclo na área científica de LogCom.
Opção IST ou Universidade de Lisboa	OL	Semestral	252	na	9	6 ou 9 ECTS c) 30ECTS em UC da UL compatíveis com estrutura do curso e em competências transversais
Opção IST ou Universidade de Lisboa	OL	Semestral	252	na	9	6 ou 9 ECTS c) 30ECTS em UC da UL compatíveis com estrutura do curso e em competências transversais

Opção IST ou Universidade de Lisboa	OL	Semestral	252	na	9	6 ou 9 ECTS c) 30ECTS em UC da UL compatíveis com estrutura do curso e em competências transversais
Opção IST ou Universidade de Lisboa	OL	Semestral	252	na	9	6 ou 9 ECTS c) 30ECTS em UC da UL compatíveis com estrutura do curso e em competências transversais
Opção IST ou Universidade de Lisboa	OL	Semestral	168	na	6	c) 30ECTS em UC da UL compatíveis com estrutura do curso e em competências transversais
Seminário de Investigação e Relatório A / Research Seminar and Report A	CT	Semestral	168	S - 28.00; OT - 14.00	6	c)+d) até 9 ects no conjunto destas unidades curriculares
Projecto em Modelação Matemática / Project in Mathematical Modeling	CT	Semestral	168	S - 28.00; OT - 14.00	6	c)+d) até 9 ects no conjunto destas unidades curriculares
Seminário de Investigação e Relatório B / Research Seminar and Report B	CT	Semestral	84	S - 14.00; OT - 7.00	3	c)+d) até 9 ects no conjunto destas unidades curriculares
Atividades Extracurriculares I / Extracurricular Activities I	CT	Semestral	84	na	3	c)+d) até 9 ects no conjunto destas unidades curriculares
Atividades Extracurriculares II / Extracurricular Activities II	CT	Semestral	84	na	3	c)+d) até 9 ects no conjunto destas unidades curriculares

**(24 Items)**

### 9.3. Plano de estudos - Área de Especialização em Probabilidade e Estatística - 1º Ano 1º e 2º semestre e 2º ano 1º Semestre

#### 9.3.1. Ramo, variante, área de especialização do mestrado ou especialidade do doutoramento (se aplicável): *Área de Especialização em Probabilidade e Estatística*

#### 9.3.1. Branch, option, specialization area of the master or speciality of the PhD (if applicable): *Area of Specialization in Probability and Statistics*

#### 9.3.2. Ano/semestre/trimestre curricular: *1º Ano 1º e 2º semestre e 2º ano 1º Semestre*

#### 9.3.2. Curricular year/semester/trimester: *1st Year 1st and 2nd Semester and 2nd Year 1st Semester*

#### 9.3.3 Plano de estudos / Study plan

Unidades Curriculares / Curricular Units	Área Científica / Scientific Area (1)	Duração / Duration (2)	Horas Trabalho / Working Hours (3)	Horas Contacto / Contact Hours (4)	ECTS	Observações / Observations (5)
Análise de Modelos Lineares / Linear Model Analysis	PE	Semestral	168	TP - 49.00	6	a) pelo menos 48 ects na área científica de Probabilidade e Estatística
Análise Multivariada / Multivariate Analysis	PE	Semestral	168	TP - 35.00; PL - 14.00	6	a) pelo menos 48 ects na área científica de Probabilidade e Estatística
Estatística Biomédica / Biomedical Statistics	PE	Semestral	252	TP - 70.00	9	a) pelo menos 48 ects na área científica de Probabilidade e Estatística
Estatística Computacional / Computational Statistics	PE	Semestral	168	TP - 35.00; PL - 14.00	6	a) pelo menos 48 ects na área científica de Probabilidade e Estatística
Estatística Matemática / Mathematical Statistics	PE	Semestral	252	TP - 70.00	9	a) pelo menos 48 ects na área científica de Probabilidade e Estatística

Introdução a Matemática Financeira / Introduction to Mathematical Finance	PE	Semestral	168	TP - 49.00	6	a) pelo menos 48 ects na área científica de Probabilidade e Estatística
Métodos Estatísticos em Data Mining / Statistical Methods in Data Mining	PE	Semestral	168	TP - 49.00	6	a) pelo menos 48 ects na área científica de Probabilidade e Estatística
Teoria da Probabilidade / Probability Theory	PE	Semestral	252	TP - 70.00	9	a) pelo menos 48 ects na área científica de Probabilidade e Estatística
Bioestatística / Biostatistics	PE	Semestral	168	TP - 35.00; PL - 14.00	6	a) pelo menos 48 ects na área científica de Probabilidade e Estatística
Estatística Bayesiana Aplicada / Applied Bayesian Statistics	PE	Semestral	252	TP - 70.00	9	a) pelo menos 48 ects na área científica de Probabilidade e Estatística
Fiabilidade e Controlo de Qualidade / Reliability and Quality Control	PE	Semestral	252	TP - 70.00	9	a) pelo menos 48 ects na área científica de Probabilidade e Estatística
Introdução aos Processos Estocásticos / Introduction to Stochastic Processes	PE	Semestral	168	TP - 49.00	6	a) pelo menos 48 ects na área científica de Probabilidade e Estatística
Séries Temporais / Time Series Analysis	PE	Semestral	252	TP - 70.00	9	a) pelo menos 48 ects na área científica de Probabilidade e Estatística
Opção de Matemática I	OM	Semestral	252	TP - 70.00	9	6 ou 9 ECTS b) pelo menos 12ects áreas científicas do Dept Matemática do IST.
Opção de Matemática II	OM	Semestral	252	TP - 70.00	9	6 ou 9 ECTS b) pelo menos 12ects áreas científicas do Dept Matemática do IST.
Projeto Integrador de 2º Ciclo em Matemática Aplicada e Computação / 2nd Cycle Integrated Project in Applied Mathematics and Computation	OM	Semestral	336	OT - 28	12	b) pelo menos 12ects áreas científicas do Dept Matemática do IST.
Opção de Doutoramento I	ODM	Semestral	210	TP - 56	7.5	c) até 15 ects em unidades curriculares de 3º ciclo na área científica de PE
Opção de Doutoramento II	ODM	Semestral	210	TP - 56	7.5	c) até 15 ects em unidades curriculares de 3º ciclo na área científica de PE
Opção IST ou Universidade de Lisboa	OL	Semestral	252	na	9	6 ou 9 ECTS d) 30ECTS em UC da UL compatíveis com estrutura do curso e em competências transversais
Opção IST ou Universidade de Lisboa	OL	Semestral	252	na	9	6 ou 9 ECTS d) 30ECTS em UC da UL compatíveis com estrutura do curso e em competências transversais
Opção IST ou Universidade de Lisboa	OL	Semestral	252	na	9	6 ou 9 ECTS d) 30ECTS em UC da UL compatíveis com estrutura do curso e em competências transversais
Opção IST ou Universidade de Lisboa	OL	Semestral	252	na	9	6 ou 9 ECTS d) 30ECTS em UC da UL compatíveis com estrutura do curso e em competências transversais
Opção IST ou Universidade de Lisboa	OL	Semestral	168	na	6	d) 30ECTS em UC da UL compatíveis com estrutura do curso e em competências transversais
Seminário de Investigação e Relatório A / Research Seminar and Report A	CT	Semestral	168	S - 28.00; OT - 14.00	6	d)+e) até 9 ects no conjunto destas unidades curriculares
Projecto em Modelação Matemática / Project in Mathematical Modeling	CT	Semestral	168	S - 28.00; OT - 14.00	6	d)+e) até 9 ects no conjunto destas unidades curriculares
Seminário de Investigação e Relatório B / Research Seminar and Report B	CT	Semestral	84	S - 14.00; OT - 7.00	3	d)+e) até 9 ects no conjunto destas unidades curriculares
Atividades Extracurriculares I / Extracurricular Activities I	CT	Semestral	84	na	3	d)+e) até 9 ects no conjunto destas unidades curriculares

Atividades Extracurriculares II / Extracurricular Activities II (28 Items)	CT	Semestral	84	na	3	d)+e) até 9 ects no conjunto destas unidades curriculares
--	----	-----------	----	----	---	--

## 9.4. Fichas de Unidade Curricular

---

### Anexo II - Matemática para Aprendizagem Automática

#### 9.4.1.1. Designação da unidade curricular:

*Matemática para Aprendizagem Automática*

#### 9.4.1.1. Title of curricular unit:

*Mathematics for Machine Learning*

#### 9.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:

*ARAF*

#### 9.4.1.3. Duração:

*Semestral*

#### 9.4.1.4. Horas de trabalho:

*168.0*

#### 9.4.1.5. Horas de contacto:

*TP - 49.0*

#### 9.4.1.6. ECTS:

*6.0*

#### 9.4.1.7. Observações:

*<sem resposta>*

#### 9.4.1.7. Observations:

*<no answer>*

#### 9.4.2. Docente responsável e respetiva carga lectiva na unidade curricular (preencher o nome completo):

*ist12886, Pedro Alexandre Simões dos Santos, 49h/TP*

#### 9.4.3. Outros docentes e respetivas cargas lectivas na unidade curricular:

*<sem resposta>*

#### 9.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

*Compreender os princípios matemáticos, em particular de Álgebra Linear, dos quais depende a Aprendizagem Automática. Saber usá-los em várias aplicações relevantes como redução de dimensionalidade, redes neuronais, e outras. Ser exposto a problemas atuais de investigação na área da matemática para aprendizagem automática.*

#### 9.4.4. Learning outcomes of the curricular unit:

*Understand the Mathematics, in particular, Linear Algebra, on which Machine Learning depends. Know how to apply the mathematical concepts in relevant applications as dimension reduction, neural networks and others. Be exposed to current research challenges in the mathematics of machine learning.*

#### 9.4.5. Conteúdos programáticos:

*1- Complementos de Álgebra Linear*

- Valores Singulares e SVD*
- Cálculo tensorial*
- Normas e Optimização*

- *Aproximações com baixa característica*
- *Pseudoinversas*
- *Optimização com restrições*
- *Sistemas de recomendação*
- 2- *Máquinas de Vetores de Suporte e Métodos de Núcleo*
- *Núcleos reprodutores*
- *Espaço de Hilbert induzido por um núcleo reprodutor (RKHS)*
- *Propriedades de Fecho*
- *Máquinas Generalizadas de Vetores de Suporte*
- 3- *Redução de dimensão*
- *Análise de componentes principais (PCA)*
- *PCA robusta*
- *PCA não linear e baseada em núcleos*
- *PCA esparsa*
- *PCA funcional*
- *Processamento de imagem e vídeo*
- 4- *Redes Neurais*
- *Regressão logística*
- *RNs multicamada e aprendizagem*
- *RNs como aproximadores de funções, teoremas fundamentais*
- 5- *Matrizes especiais e aplicações*
- *Transformada de Fourier discreta*
- *Matrizes de translação e circulantes*
- *Matrizes de Toeplitz*
- *Matrizes de Markov*
- *RNs de convolução*
- 6- *Outras Aplicações*
- *Clustering*
- *NLP*

#### 9.4.5. Syllabus:

- 1- *Complements of Linear Algebra*
  - *Singular values and SVD*
  - *Introduction to tensors*
  - *Norms and Optimization*
  - *Low-rank approximation*
  - *Pseudoinverses*
  - *Constrained optimization*
  - *Recommendation Systems*
  
- 2- *Support Vector Machines and Kernel Methods*
  - *Reproducing kernels*
  - *Reproducing Kernel Hilbert space (RKHS)*
  - *Closure properties*
  - *Generalized Support Vector Machines*
  
- 3- *Dimension reduction*
  - *Principal Component Analysis (PCA)*
  - *Robust PCA*
  - *Nonlinear and Kernel PCA*
  - *Sparse PCA*
  - *Functional PCA*
  - *Image and video processing*
  
- 4- *Neural Networks (NNs)*
  - *Logistic regression*
  - *Multilayer NNs and learning*
  - *NNs as function approximators, fundamental theorems*
  
- 5- *Special Matrices and applications*
  - *Discrete Fourier Transform*
  - *Shift Matrices and Circulant Matrices*
  - *Toeplitz Matrices*
  - *Markov Matrices*
  - *Convolutional NNs*
  
- 6- *Other Applications*

- **Clustering**
- **NLP**

**9.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular**  
*Atendendo aos objetivos de aprendizagem da UC, descritos em 4, é possível constatar que todos os pontos dos conteúdos programáticos, descritos em 5, visam dotar os alunos com os conhecimentos e competências necessários ao seu cumprimento e à aquisição dos referidos objetivos.*

**9.4.6. Demonstration of the syllabus coherence with the curricular unit's learning objectives.**  
*Taking into account the objectives of the course described in 4, it is possible to observe that all the topics described in 5 aim at giving the students the knowledge and the skills for attaining the aims.*

**9.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):**  
*As metodologias de ensino pretendem fomentar a aprendizagem baseada em resolução de problemas e por projectos, reforçando-se a componente prática, a aprendizagem, activa, o trabalho autónomo e a responsabilização do estudante. O modelo de avaliação incorpora 25% Avaliação contínua, 25% Laboratórios, 50% Exame.*

**9.4.7. Teaching methodologies (including evaluation):**  
*The teaching methodologies aim to promote learning based on problem solving and projects, reinforcing the practical component, active learning, autonomous work and student accountability. The assessment model incorporates 25% Continuous Evaluation, 25% Laboratories, 50% Exam.*

**9.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular.**  
*A metodologia de ensino basear-se-á na transferência de conceitos, resultados e aplicações através da utilização intensiva de aulas de demonstração e exercícios. Esta abordagem permitirá não só cumprir os objetivos como aprofundar os conhecimento dos estudantes.*

**9.4.8. Demonstration of the coherence between the teaching methodologies and the learning outcomes.**  
*The strategy is to provide the concepts, results, techniques and applications through intensive lectures and classes involving proofs and exercises. In this way, we hope to increase the knowledge of the students in the target subjects.*

**9.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:**  
*Linear Algebra and Learning from Data, Gilbert Strang, 2019, Wellesley-Cambridge Press; Neural Networks and Learning machines: A comprehensible foundation, Simon Haykin, 2011, 3rd Ed., Pearson; Neural Networks and Deep Learning: A Textbook, Sharu Aggarwal, 2018, Springer; Generalized Principal Component Analysis, R. Vidal, Y. Ma, S.S. Sastry, 2016, Springer-Verlag*

## **Anexo II - Equações Diferenciais Parciais**

**9.4.1.1. Designação da unidade curricular:**  
*Equações Diferenciais Parciais*

**9.4.1.1. Title of curricular unit:**  
*Partial Differential Equations*

**9.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:**  
*EDSD*

**9.4.1.3. Duração:**  
*Semestral*

**9.4.1.4. Horas de trabalho:**  
*252.0*

**9.4.1.5. Horas de contacto:**  
*TP - 70.0*

**9.4.1.6. ECTS:**

9.0

**9.4.1.7. Observações:**

&lt;sem resposta&gt;

**9.4.1.7. Observations:**

&lt;no answer&gt;

**9.4.2. Docente responsável e respetiva carga lectiva na unidade curricular (preencher o nome completo):***Luís Manuel Gonçalves Barreira 0.0***9.4.3. Outros docentes e respetivas cargas lectivas na unidade curricular:***ist12848, João Paulo Fernandes Teixeira, 70h/TP***9.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):***Introdução ao estudo das Equações Diferenciais Parciais, usando resultados clássicos e técnicas modernas de Análise Funcional.***9.4.4. Learning outcomes of the curricular unit:***Introduction to the study of Partial Differential Equations, using classical results and modern techniques of Functional Analysis.***9.4.5. Conteúdos programáticos:***1. EDPs da Física-Matemática. Problemas variacionais. Teorema de Cauchy-Kowalevski.**2. Introdução a equações elípticas. Equação de Laplace. Princípios de máximo. Problema de Dirichlet. Teoremas da média. Núcleo de Poisson. Desigualdade de Harnack. Método de Perron. Equação de Poisson. Soluções fracas. Teoria L2 para problema de Dirichlet. Problema de Dirichlet generalizado. Teorema de Lax-Milgram, desigualdade de Gårding, compacidade. Existência de soluções fracas e regularidade. Princípios do máximo para equações de 2ª ordem.**3. Introdução a equações de evolução. Equações e sistemas diferenciais parciais de 1ª ordem. Características. Existência e unicidade locais. EDPs lineares hiperbólicas de 2ª ordem e redução a 1ª ordem. Equação das ondas. Estimativas de energia e unicidade. Método das médias esféricas. Equação do calor. Princípio do máximo. Núcleo de Gauss. Princípios do máximo para equações de 2ª ordem.***9.4.5. Syllabus:***1. PDEs of Mathematical Physics. Examples. Variational Problems. Cauchy-Kowalevski theorem.**2. Introduction to elliptic equations. Laplace's equation. Maximum principle. Dirichlet problem. Mean value theorems. Poisson kernel. Harnack inequality. Perron's method. Poisson equation. Weak solutions. L2 theory for the Dirichlet problem. Generalized Dirichlet problem. Lax-Milgram theorem, Gårding inequality, compactness. Weak solutions and regularity. Maximum principle for second order equations.**3. Introduction to evolution equations. First order equations and systems of partial differential equations. Characteristics. Local existence and uniqueness. Hyperbolic second order linear equations and reduction to first-order system. Wave equation. Energy estimates and unicity. Spherical means method. Heat equation. Maximum principle. Gauss kernel. Maximum principle for second order equations.***9.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular***Atendendo aos objetivos de aprendizagem da UC, descritos em 4, os pontos dos conteúdos programáticos, descritos em 5, visam dotar os alunos dos conhecimentos e das competências necessários ao seu cumprimento e portanto à concretização dos referidos objetivos.***9.4.6. Demonstration of the syllabus coherence with the curricular unit's learning objectives.***Taking into account the learning objectives of the UC, described in 4, the points in the programmatic content, described in 5, intend to give the students the knowledge and competence that are necessary for their fulfillment and so to attain those same objectives.***9.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):**

***As metodologias de ensino pretendem fomentar a aprendizagem baseada em resolução de problemas e por projectos, reforçando-se a componente prática, a aprendizagem, activa, o trabalho autónomo e a responsabilização do estudante. O modelo de avaliação incorpora Séries de Exercícios e/ou Exame Final, eventualmente complementados com exposições orais.***

**9.4.7. Teaching methodologies (including evaluation):**

***The teaching methodologies aim to promote learning based on problem solving and projects, reinforcing the practical component, active learning, autonomous work and student accountability. The assessment model incorporates Series of Exercises and/or Final Exam, eventually complemented with oral expositions.***

**9.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular.**

***A metodologia de ensino basear-se-á na transferência de conceitos teóricos e práticos através de aulas teóricas e de resolução de problemas. Esta abordagem, com avaliação por séries de exercícios e/ou exame final, eventualmente complementados com exposições orais, permitirá cumprir os objetivos da UC, bem como dotar os alunos de uma formação relevante na área.***

**9.4.8. Demonstration of the coherence between the teaching methodologies and the learning outcomes.**

***The teaching method shall be based on the transfer of theoretical and practical concepts through theoretical classes and classes of resolution of problems. This approach, with evaluation by series of exercises and/or final exam, eventually complemented with oral expositions, will allow to fulfill the objectives of the UC, as well as to give the students a relevant education in the area.***

**9.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:**

***Partial Differential Equations, L. Bers, F. John e M. Schechter, 1979, American Mathematical Society.***

***Partial Differential Equations, E. DiBenedetto, 2010, Birkhäuser.***

***Partial Differential Equations, L. Evans, 1998, American Mathematical Society.***

***Elliptic Partial Differential Equations of Second Order, D. Gilbarg e N. Trudinger, 1983, Springer.***

***Partial Differential Equations, F. John, 1971, Springer.***

***Introduction to Partial Differential Equations, P. Olver, 2014, Springer.***

***Maximum Principles in Differential Equations, M. Protter e H. Weinberger, 1967, Springer.***

**Anexo II - Computabilidade e Complexidade**

**9.4.1.1. Designação da unidade curricular:**

***Computabilidade e Complexidade***

**9.4.1.1. Title of curricular unit:**

***Computability and Complexity***

**9.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:**

***LogComp***

**9.4.1.3. Duração:**

***Semestral***

**9.4.1.4. Horas de trabalho:**

***168.0***

**9.4.1.5. Horas de contacto:**

***TP - 49.0***

**9.4.1.6. ECTS:**

***6.0***

**9.4.1.7. Observações:**

*<sem resposta>*

**9.4.1.7. Observations:**

*<no answer>*

**9.4.2. Docente responsável e respetiva carga lectiva na unidade curricular (preencher o nome completo):**

*ist12623, José Félix Gomes da Costa, TP49h*

**9.4.3. Outros docentes e respetivas cargas lectivas na unidade curricular:**

*<sem resposta>*

**9.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):**

*Caracterizar classes computacionais, identificar conjuntos completos, distinguir complexidade uniforme de não uniforme e executar reduções; estudar problemas em aberto em complexidade computacional.*

**9.4.4. Learning outcomes of the curricular unit:**

*Characterize computational classes, identify complete sets, distinguish between uniform and nonuniform complexity classes and perform reductions; study open problems in computational complexity.*

**9.4.5. Conteúdos programáticos:**

*Computação com recursos limitados no espaço e no tempo. Relações estruturais entre classes de complexidade. Reduções com recursos limitados de muitos para um (tempo polinomial, espaço logarítmico) e de Turing. Conjuntos NP-completos, PSPACE-completos e NL-completos. Conjuntos P-completos. Alternação. Classes de complexidade para a alternção. A hierarquia polinomial. Classes de complexidade não uniforme e circuitos booleanos. Máquinas de Turing probabilísticas. Classes PP, BPP, R e ZPP. Relativizações negativas e positivas. Isomorfismo e NP-completude: cilindros e conjuntos esparsos completos. Máquinas de Turing interativas. Jogos Artur contra Merlin e sistemas de prova.*

**9.4.5. Syllabus:**

*Time and space bounded computations. Structural relations between complexity classes. Bounded resources many-to-one (polynomial time, logarithmic space) and Turing reducibilities. NP-complete, PSPACE-complete and NL-complete sets. Alternation. Complexity classes for alternation. The polynomial time hierarchy. Probabilistic Turing machines. Classes PP, BPP, R and ZPP. PP-complete sets. P-complete sets. Polynomial time hierarchy. Nonuniform complexity classes and Boolean circuits. Negative and positive relativisations. Isomorphism and NP-completeness: cylinders and sparse complete sets. Interactive Turing machines: Arthur against Merlin games and proof-systems.*

**9.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular**

*O programa é claramente o adequado a um primeiro curso de Teoria da Complexidade Computacional, assunto que foi meramente introduzido nalgumas disciplinas das licenciaturas.*

**9.4.6. Demonstration of the syllabus coherence with the curricular unit's learning objectives.**

*The syllabus is clearly adequate to a first course into the Theory of Computational Complexity, subject the was merely introduced in some BSc curricula.*

**9.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):**

*As metodologias de ensino pretendem fomentar a aprendizagem baseada em resolução de problemas e por projectos, reforçando-se a componente prática, a aprendizagem, activa, o trabalho autónomo e a responsabilização do estudante. O modelo de avaliação incorpora Testes ou exame, complementado com componentes de avaliação contínua.*

**9.4.7. Teaching methodologies (including evaluation):**

*The teaching methodologies aim to promote learning based on problem solving and projects, reinforcing the practical component, active learning, autonomous work and student accountability. The assessment model incorporates Tests or exam, complemented with continuous evaluation components.*

**9.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular.**

***A metodologia de ensino basear-se-á na transferência de conceitos teóricos e práticos através da utilização intensiva de aulas de demonstração. Procurar-se-á homogeneizar o conhecimento de estudantes com diferentes proveniências e formações.***

**9.4.8. Demonstration of the coherence between the teaching methodologies and the learning outcomes.**  
***The teaching methodologies, based on the transfer of theoretical and practical concepts through the extensive use of demonstration classes, will allow to fulfill the intended learning outcomes, as well as to level the knowledge of students with different backgrounds and formations.***

**9.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:**  
***Computational Complexity, Sanjeev Arora & Boaz Barak, 2009, Cambridge University Press; Computability and Complexity Theory, S. Homer and A. L. Selman, 2011, Springer; Computabilidade, Inferência Indutiva e Complexidade, José Félix Costa e Paula Gouveia, IST.***

## **Anexo II - Análise Real**

**9.4.1.1. Designação da unidade curricular:**  
***Análise Real***

**9.4.1.1. Title of curricular unit:**  
***Real Analysis***

**9.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:**  
***ARAF***

**9.4.1.3. Duração:**  
***Semestral***

**9.4.1.4. Horas de trabalho:**  
***252.0***

**9.4.1.5. Horas de contacto:**  
***TP - 70.0***

**9.4.1.6. ECTS:**  
***9.0***

**9.4.1.7. Observações:**  
***<sem resposta>***

**9.4.1.7. Observations:**  
***<no answer>***

**9.4.2. Docente responsável e respetiva carga lectiva na unidade curricular (preencher o nome completo):**  
***ist13980, Catarina Vilar Campos de Carvalho, 70h/TP***

**9.4.3. Outros docentes e respetivas cargas lectivas na unidade curricular:**  
***<sem resposta>***

**9.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):**  
***Dominar conceitos e técnicas da teoria de espaços de Hilbert, espaços  $L^p$ , transformadas de Fourier, distribuições.***

**9.4.4. Learning outcomes of the curricular unit:**  
***To master concepts and techniques in the theory of Hilbert spaces,  $L_p$  spaces, Fourier transform, distributions.***

**9.4.5. Conteúdos programáticos:**

**Revisão de espaços métricos. Espaços normados. Espaços de Hilbert; conjuntos ortonormados, bases hilberteanas; funcionais lineares.**

**Revisão de espaços  $L^p$ . Convergência em  $L^p$  e em medida; teoremas de Egorov e Lusin. Convolução em  $L^p$ ; aproximação da identidade. Dualidade, convergência fraca; teorema de representação de Riesz; medidas de Radon.**

**Séries de Fourier: séries trigonométricas, identidade de Parseval; funções contínuas; coeficientes de Fourier de funções em  $L^1$ ; lema de Riemann-Lebesgue; teoremas de convergência, princípio de localização de Riemann, teste de Dini, média de Cesaro, teorema de Fejer.**

**Transformada de Fourier no espaço de Schwartz e em  $L^p$ ; convolução, diferenciação; fórmula de inversão, teorema de Plancherel, desigualdade de Hausdorff-Young. Distribuições, suporte compacto e temperadas; extensão da transformada de Fourier.**

**Tópicos: Espaços de Sobolev; Rearranjos e desigualdades integrais; Aplicações a teoria de probabilidade; Grupos topológicos.**

#### 9.4.5. Syllabus:

**Review of metric spaces. Normed spaces. Hilbert spaces; orthonormal sets, hilbert bases; linear functions.**

**Review of  $L^p$  spaces. Convergence in  $L^p$  and in measure: Egorov and Lusin theorems. Convolution in  $L^p$ ; identity approximation. Duality, weak convergence; Riesz representation theorem. Radon measures.**

**Fourier series: trigonometric series; Parseval identity; continuous functions; Fourier coefficients of  $L^1$ -functions; Riemann-Lebesgue lemma convergence theorem, Riemann's localisation principle, Dini's test, Cesaro means, Fejer's theorem.**

**Fourier transform in Schwartz space and in  $L^p$ ; convolution; differentiation; inversion formula, Plancherel's theorem; Hausdorff-Young inequality. Distributions, compact support and tempered; extension of the Fourier transform.**

**Topics: Sobolev spaces; Rearrangements and integral inequalities; Applications to probability theory; Topological groups.**

**9.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular Os conteúdos programáticos da UC descritos em 5 cobrem os principais tópicos de Análise Real avançada, permitindo ao aluno consolidar conhecimentos anteriores assim como dotar os alunos de novas técnicas e ferramentas, essenciais ao cumprimento dos objetivos descritos em 4 e ao desenvolvimentos de competências para investigação autónoma.**

**9.4.6. Demonstration of the syllabus coherence with the curricular unit's learning objectives.**

**The programatic content of the CU described in 5 covers the main topics in advanced Real Analysis, enabling the deepening of previous acquired knowledge as well as endowing the student with new tools and techniques essential to the fulfilment of the goals described in 4 and to the development of skills to perform autonomous research.**

**9.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):**

**As metodologias de ensino pretendem fomentar a aprendizagem baseada em resolução de problemas, reforçando-se a aprendizagem activa, o trabalho autónomo e a responsabilização do estudante. O modelo de avaliação incorpora Exame/testes, possivelmente com nota mínima, complementado com componente de avaliação contínua.**

**9.4.7. Teaching methodologies (including evaluation):**

**The teaching methodologies aim to promote learning based on problem solving and projects, reinforcing active learning, autonomous work and student accountability. The assessment model incorporates Exam/tests, possibly with minimum grade, complemented with continuous evaluation components.**

**9.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular.**

**A metodologia de ensino basear-se-á na transferência de conceitos teóricos e práticos através da utilização intensiva de aulas de demonstração e de resolução de problemas. Esta abordagem permitirá não só cumprir os objetivos como auxiliará o nivelamento do conhecimento de estudantes com diferentes proveniências e formações. Os métodos de ensino foram concebidos de modo a que os alunos possam desenvolver um conhecimento abrangente na área, através por ex. de apresentações sobre tópicos de interesse relacionados com os conteúdos.**

**9.4.8. Demonstration of the coherence between the teaching methodologies and the learning outcomes.**

**The teaching methodologies will be based on the transfer of theoretical and practical concepts through the intensive**

*use of classes of proof and problem solving. This framework will allow not only to fulfil the main objectives as well as it will help bridge the knowledge of students with different backgrounds. The learning methods were designed such that the students may develop a broadranging knowledge in the area, through eg presentations on topics of interest related with the programatic content.*

**9.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:**

*Real Analysis: Modern Techniques and Their Applications, G. Folland, 1984, Wiley; Real and Complex Analysis, W. Rudin, 1987, Mc-Graw Hill; Analysis, E. Lieb and M. Loss, 2001, AMS Graduate Texts in Mathematics; Fourier Analysis – an introduction, E.M. Stein, 2003, Princeton University Press; A Course in Functional Analysis, J. B. Conway, 2007, Springer*

**Anexo II - Séries Temporais**

**9.4.1.1. Designação da unidade curricular:**

*Séries Temporais*

**9.4.1.1. Title of curricular unit:**

*Time Series Analysis*

**9.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:**

*PE*

**9.4.1.3. Duração:**

*Semestral*

**9.4.1.4. Horas de trabalho:**

*252.0*

**9.4.1.5. Horas de contacto:**

*TP - 70*

**9.4.1.6. ECTS:**

*9.0*

**9.4.1.7. Observações:**

*<sem resposta>*

**9.4.1.7. Observations:**

*<no answer>*

**9.4.2. Docente responsável e respetiva carga lectiva na unidade curricular (preencher o nome completo):**

*Manuel González Scotto, 70h/TP*

**9.4.3. Outros docentes e respetivas cargas lectivas na unidade curricular:**

*<sem resposta>*

**9.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):**

*A UC - Séries Temporais apresenta como objetivo fundamental fornecer aos alunos os conhecimentos e as ferramentas básicas de forma a adquirirem as competências que lhes permitam descrever, analisar, interpretar e prever a evolução futura de séries temporais univariadas, mantendo um nível matemático intermédio compatível com o ciclo de estudos em que se insere. Em particular, pretende-se que os alunos compreendam os problemas que a dependência temporal entre observações introduz no tratamento estatístico deste tipo de dados, nomeadamente nas suas vertentes de modelação e inferência; e, por outro lado, adquiram os conhecimentos necessários para uma abordagem sistemática à análise de séries temporais univariadas.*

**9.4.4. Learning outcomes of the curricular unit:**

*The UC - Time Series is aimed at the students who wishes to gain the basic knowledge and tools to acquire the skills to*

*describe, analyze, interpret and predict the future evolution of univariate time series, maintaining an intermediate mathematical level. To this end, it is intended that the students understand the issues that the temporal dependence between observations introduces in the statistical treatment of this type of data; and, on the other hand, to acquire the necessary knowledge for a systematic approach to univariate time series analysis.*

#### 9.4.5. Conteúdos programáticos:

##### 1. Introdução

##### 1.1 Definição de série temporal

##### 1.2 Exemplos de séries temporais

##### 1.3 Objetivos do estudo das séries temporais

##### 2. Conceitos básicos na análise de séries temporais univariadas

##### 2.1 Tendência e sazonalidade

##### 2.2 Estacionariedade e função de autocorrelação

##### 2.3 Modelos autorregressivos e de médias móveis (ARMA)

##### 2.4 Séries temporais não estacionárias e sazonalidade

##### 3. Modelos não lineares

##### 3.1 Porquê precisamos de modelos não lineares?

##### 3.2 Exemplos de modelos não lineares

#### 9.4.5. Syllabus:

##### 1. Introduction

##### 1.1 What is a time series?

##### 1.2 Examples of time series

##### 1.3 Objectives of time series modeling

##### 2. Basic concepts in univariate linear time series

##### 2.1 Trends and seasonal components

##### 2.2 Stationarity and autocorrelation function

##### 2.3 Autoregressive moving-average (ARMA) models

##### 2.4 Non-stationary and seasonal time series models

##### 3. Nonlinear univariate time series

##### 3.1 Why do we need nonlinear models?

##### 3.2 A selection of nonlinear time series models

9.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular *Atendendo aos objetivos de aprendizagem da UC, descritos na secção "Objectivos de aprendizagem", todos os pontos dos conteúdos programáticos, descritos na secção "Conteúdos programáticos", visam dotar os alunos com os conhecimentos e competências necessárias ao seu cumprimento e à aquisição dos referidos objectivos.*

9.4.6. Demonstration of the syllabus coherence with the curricular unit's learning objectives.

*Having in mind the learning objectives to be achieved in this UC, described in section "Learning outcomes of the curricular unit:", the contents of this UC aims at equipping students with the knowledge and the skills needed on the pursuit of those objectives.*

9.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

*As metodologias de ensino pretendem fomentar a aprendizagem baseada em resolução de problemas e por projectos, reforçando-se a componente prática, a aprendizagem, activa, o trabalho autónomo e a responsabilização do estudante. O modelo de avaliação incorpora Testes + Projeto computacional.*

9.4.7. Teaching methodologies (including evaluation):

*The teaching methodologies aim to promote learning based on problem solving and projects, reinforcing the practical component, active learning, autonomous work and student accountability. The assessment model incorporates Tests + Computational Project.*

9.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular.

*A metodologia de ensino basear-se-á na transferência de conceitos teóricos e práticos através da utilização intensiva de aulas teóricas e de aulas práticas. Esta abordagem permitirá não só cumprir os objetivos como auxiliará o nivelamento do conhecimento de estudantes com diferentes proveniências e formações.*

**9.4.8. Demonstration of the coherence between the teaching methodologies and the learning outcomes.**

*This discipline has two main goals, namely the students being able to model and analyze time series encountered in many areas of sciences, and to use statistical software for data manipulation and data analysis. To this extent, a well balanced mix of theoretical and practical training increased students' understanding of the theoretical concepts and their motivation to study.*

**9.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:**

*Time Series Analysis and Its Applications With R Examples, R.H. Shumway and D. S. Stoffer, 2016, Fourth Edition, Springer.; Introduction to Time Series and Forecasting, P.J. Brockwell and R.A. Davis, 2002, Springer*

**Anexo II - Estatística Computacional****9.4.1.1. Designação da unidade curricular:**

*Estatística Computacional*

**9.4.1.1. Title of curricular unit:**

*Computational Statistics*

**9.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:**

*PE*

**9.4.1.3. Duração:**

*Semestral*

**9.4.1.4. Horas de trabalho:**

*168.0*

**9.4.1.5. Horas de contacto:**

*TP - 35; PL - 14*

**9.4.1.6. ECTS:**

*6.0*

**9.4.1.7. Observações:**

*<sem resposta>*

**9.4.1.7. Observations:**

*<no answer>*

**9.4.2. Docente responsável e respetiva carga lectiva na unidade curricular (preencher o nome completo):**

*ist13231, Giovanni Loiola da Silva, 49h/TP - 35; PL - 14*

**9.4.3. Outros docentes e respetivas cargas lectivas na unidade curricular:**

*<sem resposta>*

**9.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):**

*Compreender e ser capaz de aplicar técnicas estatísticas em contextos computacionalmente intensivos, dando-se especial atenção a questões de inferência estatística associadas a grandes e complexos conjuntos de dados. Desenvolver competências sólidas em métodos de reamostragem e métodos Monte-Carlo via cadeias de Markov, com aplicações em dados reais.*

**9.4.4. Learning outcomes of the curricular unit:**

*Understand and apply statistical techniques in computational intensive contexts, with emphasis on statistical inference for large and complex datasets. Develop the ability to correctly apply: resampling methods and Markov chain Monte Carlo methods, with applications in real data.*

**9.4.5. Conteúdos programáticos:**

*Simulação estocástica. Métodos de inferência estatística: máxima verosimilhança, EM, ampliação de dados. Visualização de dados. Métodos de reamostragem: bootstrap, jackknife. Métodos de Monte Carlo (MC): MC simples, MC com amostragem de importância. Métodos de Monte Carlo via cadeias de Markov: amostrador Gibbs, algoritmo Metropolis-Hastings, técnicas de diagnóstico de convergência. Aplicações a variados problemas estatísticos.*

**9.4.5. Syllabus:**

*Stochastic simulation. Statistical inference methods: maximum likelihood, EM, data augmentation. Data visualization. Resampling methods: bootstrap, jackknife. Monte Carlo (MC) methods: simple MC, importance sampling MC. Monte Carlo Markov chain (MCMC) methods: Gibbs sampler, Metropolis-Hastings algorithm, convergence diagnostic techniques. Applications to various statistical problems.*

**9.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular**

*Atendendo aos objetivos de aprendizagem da UC, descritos em 4, qualquer especialista na matéria poderá constatar que todos os pontos dos conteúdos programáticos, descritos em 5, visam dotar os alunos com os conhecimentos e competências necessárias ao seu cumprimento e à aquisição dos referidos objetivos. Os conteúdos programáticos abrangem os principais tópicos de estatística computacional e aplicações permitindo ao aluno rever e aprofundar conhecimentos antecedentes, bem como adquirir novos conhecimentos úteis à sua atividade como profissional de matemática/estatística/ciência de dados capacitando-o, ainda, para outras aprendizagens através de pesquisa autónoma. São fornecidas as bases teóricas, os conceitos essenciais e exemplos de aplicação, solicitando-se aos alunos o estudo dos conteúdos e a resolução de exercícios de aplicação.*

**9.4.6. Demonstration of the syllabus coherence with the curricular unit's learning objectives.**

*In view of the learning objectives of the UC, described in 4, any specialist in the subject will be able to see that all the points of the syllabus, described in 5, aim to provide students with the knowledge and skills necessary for their fulfillment and the acquisition of those objectives. The syllabus contents cover the main topics of computational statistics and applications allowing the student to review and deepen background knowledge, as well as acquire new knowledge useful to his activity as a mathematics/statistics/data science professional, further qualifying him for further learning through autonomous research. Theoretical bases, essential concepts and application examples are provided, students are asked to study the contents and solve application exercises.*

**9.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):**

*As metodologias de ensino pretendem fomentar a aprendizagem baseada em conceitos fundamentais dos tópicos abordados e na resolução de problemas e por projetos, destacando-se a componente prática, a aprendizagem ativa, o trabalho autónomo e a responsabilização do estudante. O modelo de avaliação incorpora elementos de avaliação contínua no âmbito da aprendizagem ativa (e.g., projetos) ponderada por avaliação por testes (<=60%).*

**9.4.7. Teaching methodologies (including evaluation):**

*The teaching methodologies aim to foster learning based on fundamental concepts of the topics covered, problem solving and projects, with emphasis on the practical component, active learning, autonomous work and student accountability. The assessment model incorporates elements of continuous assessment in the context of active learning (e.g., projects) weighted by test assessment (<=60%).*

**9.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular.**

*A metodologia de ensino basear-se-á na transferência de conceitos teóricos e práticos através da utilização intensiva de aulas de demonstração e trabalhos aplicados. Esta abordagem permitirá não só cumprir os objetivos como auxiliará o nivelamento do conhecimento de estudantes com diferentes proveniências e formações. Os métodos de ensino foram concebidos de modo a que os alunos possam desenvolver um conhecimento abrangente, assegurando a conformidade com os objetivos da unidade curricular. A realização de trabalhos práticos permite o confronto com problemas reais.*

**9.4.8. Demonstration of the coherence between the teaching methodologies and the learning outcomes.**

*The teaching methodology will be based on the transfer of theoretical and practical concepts through the intensive use of demonstration classes and applied reports. This approach will not only fulfill the objectives, but will also help to level the knowledge of students with different backgrounds and backgrounds. Teaching methods have been designed so that students can develop comprehensive knowledge, ensuring compliance with the objectives of the course. Practical work allows confrontation with real problems.*

**9.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:**

*Elements of Computational Statistics, J. E. Gentle, 2002, Springer-Verlag; Computational Bayesian Statistics: An Introduction, Amaral Turkman, A., Paulino, C.D., Muller, P., 2019, Cambridge University Press; Statistical Computing*

with R, Rizzo, M.L. , 2019, 2nd edition. Chapman and Hall/CRC Press

## Anexo II - Estatística Matemática

9.4.1.1. Designação da unidade curricular:  
*Estatística Matemática*

9.4.1.1. Title of curricular unit:  
*Mathematical Statistics*

9.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:  
*PE*

9.4.1.3. Duração:  
*Semestral*

9.4.1.4. Horas de trabalho:  
*252.0*

9.4.1.5. Horas de contacto:  
*TP - 70.0*

9.4.1.6. ECTS:  
*9.0*

9.4.1.7. Observações:  
*<sem resposta>*

9.4.1.7. Observations:  
*<no answer>*

9.4.2. Docente responsável e respetiva carga lectiva na unidade curricular (preencher o nome completo):  
*ist13185, Paulo José de Jesus Soares, 70h/TP*

9.4.3. Outros docentes e respetivas cargas lectivas na unidade curricular:  
*<sem resposta>*

9.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):  
*Desenvolver a formação prévia em Estatística mediante abordagem de conceitos e métodos fundamentais das três áreas centrais: Estatística Clássica, Estatística Bayesiana e Decisão Estatística.*

9.4.4. Learning outcomes of the curricular unit:  
*To develop the background in Statistics through approach to main concepts and methods of the three fundamental areas: Classical Statistics, Bayesian Statistics and Statistical Decision.*

9.4.5. Conteúdos programáticos:  
*Fundamentos de Inferência Estatística: Abordagem frequencista e características das suas respostas aos problemas inferenciais típicos no quadro do modelo estatístico clássico. Suficiência fisheriana. Critério de factorização, suficiência mínima e completude. Estimção clássica paramétrica pontual e regional. Critérios de optimalidade e métodos de estimção. Testes paramétricos clássicos. Procedimentos óptimos e métodos de construção de testes. Abordagem bayesiana. Teorema de Bayes e vários conceitos de probabilidade. Construção do modelo bayesiano. Seleção da distribuição a priori. Características da operação bayesiana. Suficiência bayesiana. Estimção paramétrica por pontos e regiões. Testes de hipóteses paramétricas. Predição. Aplicações e implementação computacional.*

9.4.5. Syllabus:  
*Foundations of Statistical Inference: Classical approach and its features. Fisherian sufficiency. Factorization criterion,*

*minimal sufficiency and completeness. Point and interval parametric estimation. Optimality criteria and methods of estimation. Parametric testing. Optimal procedures and methods of construction of tests. Bayesian approach: Bayes theorem and different concepts of probability. Construction of the Bayesian statistical model. Selection of a priori distribution. Bayesian operation features. Bayesian sufficiency. Point and interval parameter estimation. Tests for parametric hypotheses. Prediction. Applications and computer implementation. Statistical Decision Theory: Basic notions and illustration with various types of decision problems. Mixed and randomised decision functions. Bayes and minimax rules. Admissibility.*

**9.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular**  
*Atendendo aos objetivos de aprendizagem da UC, descritos em 4, qualquer especialista na matéria poderá constatar que todos os pontos dos conteúdos programáticos, descritos em 5, visam dotar os alunos com os conhecimentos e competências necessárias ao seu cumprimento e à aquisição dos referidos objetivos.*

**9.4.6. Demonstration of the syllabus coherence with the curricular unit's learning objectives.**  
*In view of the learning objectives of the UC, described in 4, any specialist in the subject will be able to see that all the points of the syllabus, described in 5, aim to provide students with the knowledge and skills necessary for their fulfillment and the acquisition of those objectives.*

**9.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):**  
*As metodologias de ensino pretendem fomentar a aprendizagem baseada em resolução de problemas e por projectos, reforçando-se a componente prática, a aprendizagem, activa, o trabalho autónomo e a responsabilização do estudante. O modelo de avaliação incorpora Exame/Testes, complementado com uma componente de avaliação contínua.*

**9.4.7. Teaching methodologies (including evaluation):**  
*The teaching methodologies aim to promote learning based on problem solving and projects, reinforcing the practical component, active learning, autonomous work and student accountability. The assessment model incorporates Exam/Tests, complemented with continuous evaluation component.*

**9.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular.**  
*A metodologia de ensino basear-se-á na transferência de conceitos teóricos e práticos através da utilização intensiva de aulas de demonstração e resolução de exercícios. Esta abordagem permitirá não só cumprir os objetivos como auxiliará o nivelamento do conhecimento de estudantes com diferentes proveniências e formações.*

**9.4.8. Demonstration of the coherence between the teaching methodologies and the learning outcomes.**  
*The teaching methodology will be based on the transfer of theoretical and practical concepts through the intensive use of demonstration classes and exercise solving. This approach will not only fulfill the objectives, but will also help to level the knowledge of students with different backgrounds.*

**9.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:**  
*Statistical Inference, Casella, G. and Berger, R.L., 2002, 2nd ed., Duxbury Press, Belmont, CA.; Estatística Bayesiana, Paulino, C.D., Amaral Turkman, M.A. e Murteira, B., 2018, 2ª ed., Fundação Calouste Gulbenkian, Lisboa.; Estatística: Inferência e Decisão, Murteira, B, 1988, Imprensa Nacional - Casa da Moeda.*

## **Anexo II - Seminário de Investigação e Relatório A**

**9.4.1.1. Designação da unidade curricular:**  
*Seminário de Investigação e Relatório A*

**9.4.1.1. Title of curricular unit:**  
*Research Seminar and Report A*

**9.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:**  
*CT*

**9.4.1.3. Duração:**  
*Semestral*

**9.4.1.4. Horas de trabalho:**

168.0

**9.4.1.5. Horas de contacto:**

*S - 28; OT - 14*

**9.4.1.6. ECTS:**

*6.0*

**9.4.1.7. Observações:**

*<sem resposta>*

**9.4.1.7. Observations:**

*<no answer>*

**9.4.2. Docente responsável e respetiva carga lectiva na unidade curricular (preencher o nome completo):**

*ist12376, Pedro Alves Martins da Silva Girão, 0h*

**9.4.3. Outros docentes e respetivas cargas lectivas na unidade curricular:**

*<sem resposta>*

**9.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):**

*Adquirir cultura específica da área da Matemática*

**9.4.4. Learning outcomes of the curricular unit:**

*General knowledge of Mathematics*

**9.4.5. Conteúdos programáticos:**

*Seminários sobre tópicos fundamentais de Matemática*

**9.4.5. Syllabus:**

*Seminars covering fundamental topics of Mathematics*

**9.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular**

*Os temas propostos aos alunos vão ao encontro dos objectivos da UC.*

**9.4.6. Demonstration of the syllabus coherence with the curricular unit's learning objectives.**

*The topics proposed to the students are chosen according to the goals of this CU.*

**9.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):**

*As metodologias de ensino pretendem fomentar a aprendizagem baseada em resolução de problemas e por projectos, reforçando-se a componente prática, a aprendizagem, activa, o trabalho autónomo e a responsabilização do estudante. O modelo de avaliação incorpora elementos de avaliação contínua no âmbito da aprendizagem ativa (p. ex, projectos, trabalhos de casa, fichas, etc) compatível com a redução significativa do peso de avaliação por exames (≤50%).*

**9.4.7. Teaching methodologies (including evaluation):**

*The teaching methodologies aim to promote learning based on problem solving and projects, reinforcing the practical component, active learning, autonomous work and student accountability. The assessment model incorporates elements of continuous assessment in the context of active learning (eg, projects, homework, worksheets, etc.) compatible with the significant reduction of evaluation by exams (≤50%).*

**9.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular.**

*Esta metodologia de ensino permite que aluno adquira os conhecimentos de base necessários para estudar e trabalhar no tema proposto.*

**9.4.8. Demonstration of the coherence between the teaching methodologies and the learning outcomes.**

***The teaching methodology allows the fulfillment of the intended learning outcomes, as well as the leveling of the knowledge of students with different backgrounds and formations.***

**9.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:**

***Variável (de acordo com os temas propostos).***

**Anexo II - Bioestatística**

**9.4.1.1. Designação da unidade curricular:**

***Bioestatística***

**9.4.1.1. Title of curricular unit:**

***Biostatistics***

**9.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:**

***PE***

**9.4.1.3. Duração:**

***Semestral***

**9.4.1.4. Horas de trabalho:**

***168.0***

**9.4.1.5. Horas de contacto:**

***TP 35; PL 14***

**9.4.1.6. ECTS:**

***6.0***

**9.4.1.7. Observações:**

***<sem resposta>***

**9.4.1.7. Observations:**

***<no answer>***

**9.4.2. Docente responsável e respetiva carga lectiva na unidade curricular (preencher o nome completo):**

***ist12954, Maria do Rosário de Oliveira Silva, 49h/TP 35, PL 14***

**9.4.3. Outros docentes e respetivas cargas lectivas na unidade curricular:**

***<sem resposta>***

**9.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):**

***O curso pretende apetrechar os estudantes com os conhecimentos de estatística necessários para participar activamente no delineamento e na análise de dados de estudos de investigação médica (nomeadamente ensaios clínicos e estudos epidemiológicos). Depois de dois capítulos introdutórios, onde se pretende familiarizar os estudantes com os conceitos básicos mais relevantes para a bioestatística, serão abordados os principais modelos estatísticos utilizados neste tipo de estudos (ANOVA, regressão linear, correlação, regressão logística, análise de sobrevivência), bem como alguns modelos específicos dos ensaios clínicos.***

**9.4.4. Learning outcomes of the curricular unit:**

***The aim of this course is to prepare students to become actively involved on design and data analysis of medical research studies (namely in clinical trials and epidemiological research). The course comprises two introductory chapters, where the basic statistical concepts relevant to biostatistics are discussed, followed by chapters on statistical models commonly applied in medical studies (ANOVA, linear regression, correlation, logistic regression, survival analysis), as well as models specific of clinical trials.***

**9.4.5. Conteúdos programáticos:**

*Introdução: importância dos métodos estatísticos; tipos de estudos; delineamento; protocolos e considerações éticas. Complementos de inferência estatística: verosimilhança; testes de hipóteses; regressão linear simples; testes não-paramétricos; curvas ROC, avaliação do desempenho de testes de diagnóstico. Análise de variância: ANOVA com um/dois fator fixo; ANOVA com um fator aleatório; comparações múltiplas; diagnóstico; técnicas não-paramétricas. Regressão e correlação: regressão linear múltipla, comparação de modelos de regressão; correlação; diagnóstico e validação. Regressão logística: inferência; interpretação; comparação de modelos; diagnóstico e validação. Análise de sobrevivência: censura; Kaplan-Meyer; comparação de curvas de sobrevivência; modelos Cox. Ensaios clínicos: tipos de delineamento; métodos de análise; procedimentos Mantel- Haenszel; ensaios clínicos cross-over; ensaios clínicos sequenciais.*

**9.4.5. Syllabus:**

*1. Introduction and motivation: statistical methods in medical research; types of study; design; protocols and ethical considerations. 2. Complements of statistical inference: likelihood; tests of hypotheses; simple linear regression; non-parametric tests; ROC curves and evaluation of the performance of diagnostic tests. 3. Analysis of variance: ANOVA with one/two fixed factor, ANOVA with one random factor, multiple comparisons; diagnostics and data transformation, non-parametric techniques. 4. Regression and correlation: multiple linear regression, comparison of regression models, correlation, diagnostics and validation. 5. Logistic regression: inference, interpretation, comparison of models, diagnostics and validation; dose-response models. 6. Survival analysis: censorship; Kaplan-Meyer; comparison of survival curves; Cox's models. 7. Clinical trials: types of design, methods of analysis, Mantel-Haenszel procedures, crossover design; sequential clinical trials.*

**9.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular**  
*Os conteúdos estão organizados de forma integrada e permite aos alunos adquirirem conhecimentos em Bioestatística, fundamentais para a sua futura participação no delineamento e análise de dados de estudos de investigação médica. A colaboração da Faculdade de Medicina da Universidade de Lisboa reforça o conhecimento e interesse práticos dos conhecimentos teóricos para uma boa aplicação das metodologias ensinadas na resolução de problemas práticos.*

**9.4.6. Demonstration of the syllabus coherence with the curricular unit's learning objectives.**

*Contents are organized in an integrated form and allow students to acquire knowledge in biostatistics, which is fundamental to the future participation in data treatment in medical research. The collaboration with FMUL reinforces the knowledge and provides practical application of the methods learned.*

**9.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):**

*As metodologias de ensino pretendem fomentar a aprendizagem baseada em resolução de problemas e por projectos, reforçando-se a componente prática, a aprendizagem, activa, o trabalho autónomo e a responsabilização do estudante. O modelo de avaliação incorpora elementos de avaliação contínua no âmbito da aprendizagem ativa (p. ex, projectos, trabalhos de casa, fichas, etc) compatível com a redução significativa do peso de avaliação por exames ( $\leq 50\%$ ).*

**9.4.7. Teaching methodologies (including evaluation):**

*The teaching methodologies aim to promote learning based on problem solving and projects, reinforcing the practical component, active learning, autonomous work and student accountability. The assessment model incorporates elements of continuous assessment in the context of active learning (eg, projects, homework, worksheets, etc.) compatible with the significant reduction of evaluation by exams ( $\leq 50\%$ ).*

**9.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular.**

*As metodologias de ensino e de aprendizagem visam o desenvolvimento integrado dos conhecimentos referidos nos conteúdos programáticos e a concretização dos objectivos e competências estabelecidos. A realização de exercícios teóricos em sala de aula, a modelação de conjuntos de dados reais usando software estatístico, a realização de um projecto assentes em problemas reais de investigação propostos pela FMUL, a discussão dos resultados com os peritos da área e um exame potencia uma aprendizagem numa perspectiva global fomentando a integração de saberes e a exposição a várias visões sobre Bioestatística. As metodologias propostas pretendem desenvolver nos estudantes conhecimento, compreensão, sentido crítico e competências ao nível da resolução de problemas reais sustentada pelo conhecimento teórico.*

**9.4.8. Demonstration of the coherence between the teaching methodologies and the learning outcomes.**

*Contents are organized in an integrated form and allow students to acquire knowledge in biostatistics, which is fundamental to the future participation in data treatment in medical research. The collaboration with FMUL reinforces the knowledge and provides practical application of the methods learned.*

*The teaching and learning methods have been designed to allow students to develop a deep understanding of the course subject, which ensures compliance with the course unit objectives. Theoretical exercises, modeling of real data sets, projects based on real problems proposed by FMUL, result discussions with experts and an exam enhance learning in a global perspective, fostering knowledge integration and exposure to different perspectives on*

**biostatistics.****9.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:**

*Introductory Biostatistics for the Health Sciences: Modern Applications Including Bootstrap, Chernick, M.R. and Friis, R.H., 2003, Wiley; Clinical Trials. A Practical Approach, Pocock, S.J., 1983, Wiley*

**Anexo II - Introdução à Teoria de Códigos****9.4.1.1. Designação da unidade curricular:**

*Introdução à Teoria de Códigos*

**9.4.1.1. Title of curricular unit:**

*Introduction to Coding Theory*

**9.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:**

*AlgTop*

**9.4.1.3. Duração:**

*Semestral*

**9.4.1.4. Horas de trabalho:**

*168.0*

**9.4.1.5. Horas de contacto:**

*TP - 49.0*

**9.4.1.6. ECTS:**

*6.0*

**9.4.1.7. Observações:**

*<sem resposta>*

**9.4.1.7. Observations:**

*<no answer>*

**9.4.2. Docente responsável e respetiva carga lectiva na unidade curricular (preencher o nome completo):**

*ist13317, Pedro Alves Martins Rodrigues, 49h/TP*

**9.4.3. Outros docentes e respetivas cargas lectivas na unidade curricular:**

*<sem resposta>*

**9.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):**

*Introduzir os conceitos e os problemas fundamentais da teoria dos códigos, incluindo as noções e resultados básicos da teoria da informação. Estudar o modelo matemático de canal de comunicação, as principais classes de códigos correctores de erros, a sua construção, algoritmos de codificação e descodificação, bem como o cálculo e a interpretação dos parâmetros de um código e dos majorantes e minorantes associados.*

**9.4.4. Learning outcomes of the curricular unit:**

*To introduce the fundamental concepts and problems of coding theory, including the basic notions and results of information theory. To study the mathematical model of communication channels, the main classes of error correcting codes and their coding and decoding algorithms, code construction, and the computation and interpretation of the most important bounds for block codes.*

**9.4.5. Conteúdos programáticos:**

*Códigos unicamente e instantaneamente decifráveis. Códigos de prefixo, árvores e problemas de decisão. A desigualdade de Kraft e o teorema de McMillan. A função entropia e as suas propriedades. O teorema de Shannon para*

**canais sem ruído. O modelo matemático de canal de comunicação. Noções fundamentais de códigos por blocos: comprimento, dimensão e distância de Hamming. Descodificação por distância mínima e taxa de informação. Capacidade de deteção e correcção de erros. Códigos lineares sobre corpos finitos. Descodificação por síndrome. Códigos duais, auto ortogonais e auto duais. Parâmetros e majorantes e minorantes básicos para códigos por blocos. Esquemas de decisão, observadores ideais e descodificação por máxima verosimilhança. O teorema de Shannon para canais com ruído. Corpos finitos, polinómios e sua aplicação: códigos cíclicos e de Reed–Solomon, códigos traço e de subcorpo. Enumeradores de pesos e as igualdades de MacWilliams. Introdução aos códigos de convolução.**

#### 9.4.5. Syllabus:

**Uniquely decipherable and instantaneously decipherable codes. Prefix codes, rooted trees and decision problems. Kraft's inequality and McMillan's theorem. Entropy function and its properties. Shannon's noiseless channel theorem. Mathematical model of communication channels. Fundamentals of block codes: length, size and Hamming distance. Minimal distance decoding and information rate. Error detection and error correction capability. Linear codes over finite fields. Syndrome decoding. Dual codes, self-dual and self-orthogonal codes. Basic parameters and bounds for block codes. Decision schemes, ideal observer and maximum likelihood decoding. Shannon's theorem for noisy channels. Finite Fields, polynomials, and their application to coding: cyclic codes, Reed–Solomon codes, subfield and trace codes. Weight enumerators and MacWilliams equalities. Introduction to convolutional codes.**

#### 9.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular

**Os conteúdos programáticos desta unidade curricular incluem os conceitos básicos da Teoria de Códigos, bem como os elementos fundamentais da Teoria de Informação, na forma apropriada para a sua aplicação à análise e construção de códigos de correcção de erros.**

**Os conteúdos centram-se na classe dos códigos lineares, permitindo assim um estudo razoavelmente aprofundado das suas propriedades e da sua aplicação prática.**

**A inclusão de uma introdução à Teoria dos Corpos Finitos estabelece a relação desta área com a Álgebra, lançando as bases de possíveis estudos mais avançados.**

#### 9.4.6. Demonstration of the syllabus coherence with the curricular unit's learning objectives.

**The syllabus includes the basic concepts of Coding Theory and fundamental ideas from Information Theory, in a form appropriate to their application to the analysis, construction and use of error correcting codes.**

**The syllabus is centered on the theme of linear codes, allowing a reasonably deep study of their properties and practical application.**

**The inclusion in the syllabus of an introduction to the theory of Finite Fields, establishes the relation between Coding Theory and Algebra, and sets the basis for more advanced studies in this area.**

#### 9.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

**As metodologias de ensino pretendem fomentar a aprendizagem baseada em resolução de problemas e por projectos, reforçando-se a componente prática, a aprendizagem, activa, o trabalho autónomo e a responsabilização do estudante. O modelo de avaliação incorpora avaliação contínua, incluindo testes realizados nas aulas, e exame final.**

#### 9.4.7. Teaching methodologies (including evaluation):

**The teaching methodologies aim to promote learning based on problem solving and projects, reinforcing the practical component, active learning, autonomous work and student accountability. The assessment model incorporates elements of continuous assessment in the context of active learning (eg, projects, homework, worksheets, etc.) compatible with the reduction of evaluation by exams.**

#### 9.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular.

**As metodologias são previstas tendo em conta que o cumprimento dos objectivos de aprendizagem desta unidade curricular depende do equilíbrio e coordenação entre a aquisição de conhecimentos teóricos e a sua aplicação, incluindo esta uma significativa componente computacional.**

#### 9.4.8. Demonstration of the coherence between the teaching methodologies and the learning outcomes.

**The teaching methodologies were chosen taking into account that the accomplishment of learning outcomes of this curricular unit depends on the balance and coordination between theoretical knowledge and its application, including a significant computational component.**

#### 9.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:

**A Course in Error-Correcting Codes, J. Justensen, T. Høholdt, 2017, EMS Textbooks in Mathematics; Coding Theory, a First Course, San Ling, Chaoping Xing, 2004, Cambridge University Press; Fundamentals of Error-Correcting Codes, W. Cary Huffman, Vera Pless, 2003, Cambridge University Press; Coding and Information Theory, Steven Roman, 1992, Springer-Verlag**

**Anexo II - Superfícies de Riemann e Curvas Algébricas****9.4.1.1. Designação da unidade curricular:***Superfícies de Riemann e Curvas Algébricas***9.4.1.1. Title of curricular unit:***Riemann Surfaces and Algebraic Curves***9.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:***Geom***9.4.1.3. Duração:***Semestral***9.4.1.4. Horas de trabalho:***252.0***9.4.1.5. Horas de contacto:***TP - 70.0***9.4.1.6. ECTS:***9.0***9.4.1.7. Observações:***<sem resposta>***9.4.1.7. Observations:***<no answer>***9.4.2. Docente responsável e respetiva carga lectiva na unidade curricular (preencher o nome completo):***ist424145, Leonardo Magalhães Macarini, 70h/TP***9.4.3. Outros docentes e respetivas cargas lectivas na unidade curricular:***<sem resposta>***9.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):***Introduzir a teoria de Superfícies de Riemann e Curvas Algébricas como o fundamento para as ideias básicas da Geometria Algébrica sobre os números complexos. A abordagem do curso é geométrica.***9.4.4. Learning outcomes of the curricular unit:***Introduce the theory of Riemann Surfaces and Algebraic Curves as a foundation for the basic ideas of Algebraic Geometry over the complex numbers. The approach of the course is geometric.***9.4.5. Conteúdos programáticos:***Definição de uma superfície de Riemann: cartas complexas e estruturas complexas. Morfismos entre superfícies de Riemann. Exemplos básicos. Superfícies hiperelípticas; colagem. Funções holomorfas e meromorfas em superfícies de Riemann. Mapas holomorfos entre superfícies de Riemann. Propriedades globais de mapas holomorfos. O teorema de Riemann-Hurwitz. Formas holomorfas e meromorfas. Integração em superfícies de Riemann. Os lemas de Poincaré e Dolbeault. O teorema dos resíduos. Divisores. Equivalência linear de divisores. Fórmula de Plücker. Espaços de funções e formas associados a um divisor.**Curvas algébricas. O teorema de Riemann-Roch e a dualidade de Serre. Aplicações. Pré-feixes, feixes e cohomologia de Čech.**Tópicos opcionais/adicionais: Singularidades de curvas algébricas. Classificação dos toros complexos. Fibrados invertíveis, o grupo de Picard e a variedade Jacobiana. Os teoremas de Abel e de Jacobi. Uniformização. Espaço de Teichmüller. Superfícies não compactas.*

**9.4.5. Syllabus:**

*Definition of a Riemann surface: complex charts and complex structures. Morphisms between Riemann surfaces. Basic examples. Hyperelliptic surfaces; gluing. Holomorphic and meromorphic functions on Riemann surfaces. Holomorphic maps between Riemann surfaces. Global properties of holomorphic maps. The Riemann-Hurwitz theorem. Holomorphic and meromorphic forms. Integration on Riemann surfaces. The Poincaré and Dolbeault lemmas. The residue theorem. Divisors. Linear equivalence of divisors. Plücker's formula. Spaces of functions and forms associated to a divisor.*

*Algebraic curves. The Riemann-Roch theorem and the Serre duality. Applications. Presheaves, sheaves and Čech cohomology.*

*Additional/optional topics: Singularities of algebraic curves. Classification of complex tori. Line bundles, the Picard group and the Jacobian variety. The theorems of Abel and Jacobi. Uniformization. Non-compact Riemann surfaces. Teichmüller space.*

**9.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular**  
*Atendendo aos objetivos de aprendizagem da UC, descritos em 4, é possível constatar que todos os pontos dos conteúdos programáticos, descritos em 5, visam dotar os alunos com os conhecimentos e competências necessários ao seu cumprimento e à aquisição dos referidos objetivos.*

**9.4.6. Demonstration of the syllabus coherence with the curricular unit's learning objectives.**

*Taking into account the objectives of the course described in 4, it is possible to observe that all the topics described in 5 aim at giving the students the knowledge and the skills for attaining the aims.*

**9.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):**

*As metodologias de ensino pretendem fomentar a aprendizagem baseada em resolução de problemas e por projectos, reforçando-se a componente prática, a aprendizagem, activa, o trabalho autónomo e a responsabilização do estudante. O modelo de avaliação incorpora Séries de Exercícios e/ou Exame Final, eventualmente complementados com exposições orais.*

**9.4.7. Teaching methodologies (including evaluation):**

*The teaching methodologies aim to promote learning based on problem solving and projects, reinforcing the practical component, active learning, autonomous work and student accountability. The assessment model incorporates Series of Exercises and/or Final Exam, possibly complemented by oral expositions.*

**9.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular.**

*A metodologia de ensino basear-se-á na transferência de conceitos, resultados e aplicações através da utilização intensiva de aulas de demonstração e exercícios. Esta abordagem permitirá não só cumprir os objetivos como aprofundar os conhecimentos dos estudantes.*

**9.4.8. Demonstration of the coherence between the teaching methodologies and the learning outcomes.**

*The strategy is to provide the concepts, results, techniques and applications through intensive lectures and classes involving proofs and exercises. In this way, we hope to increase the knowledge of the students in the target subjects.*

**9.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:**

*Algebraic curves and Riemann surfaces, R. Miranda, 1994, Amer. Math. Soc.; Complex Algebraic Curves, F. Kirwan, 1992, London Math. Soc, Student Texts 23; Riemann surfaces (2nd Edition), H. Farkas and I. Kra, 1991, Springer Verlag; Algebraic Curves: , W. A. Benjamin, NY., W. Fulton, 1969, W. A. Benjamin, NY.*

**Anexo II - Análise Funcional**

**9.4.1.1. Designação da unidade curricular:**

*Análise Funcional*

**9.4.1.1. Title of curricular unit:**

*Functional Analysis*

**9.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:**

*ARAF*

**9.4.1.3. Duração:***Semestral***9.4.1.4. Horas de trabalho:***168.0***9.4.1.5. Horas de contacto:***TP - 49.0***9.4.1.6. ECTS:***6.0***9.4.1.7. Observações:***<sem resposta>***9.4.1.7. Observations:***<no answer>***9.4.2. Docente responsável e respetiva carga lectiva na unidade curricular (preencher o nome completo):***Lina Oliveira, 49h/TP***9.4.3. Outros docentes e respetivas cargas lectivas na unidade curricular:***<sem resposta>***9.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):***Dominar conceitos e técnicas de espaços de Hilbert e Banach, e da teoria de operadores lineares em espaços de Hilbert e de Banach.***9.4.4. Learning outcomes of the curricular unit:***To master concepts and techniques in Hilbert and Banach spaces, and in the theory of linear operators in Hilbert and Banach spaces.***9.4.5. Conteúdos programáticos:**

*Operadores lineares limitados em espaços de Hilbert: funcionais lineares, operadores adjuntos, auto-adjuntos, unitários e normais, projecções ortogonais, subespaços invariantes, operadores compactos.*  
*Teoria espectral de operadores auto-adjuntos compactos: espectro e imagem numérica de operadores limitados, teorema espectral, cálculo operatorial para operadores auto-adjuntos compactos.*  
*Espaços de Banach: espaço quociente, funcionais lineares, espaço dual, teorema de Hahn-Banach, espaços reflexivos, teoremas da aplicação aberta e do gráfico fechado, princípio da limitação uniforme.*  
*Álgebras de Banach: invertibilidade, ideais, ideais maximais e álgebra quociente, espectro.*  
*Tópicos: Operadores compactos em espaços de Banach; Operadores de Fredholm; Operadores não limitados em espaços de Hilbert.*

**9.4.5. Syllabus:**

*Bounded linear operators in Hilbert spaces: linear functionals, adjoint, self-adjoint, unitary and normal operators; projections; invariant subspaces; compact operators.*  
*Spectral theory of compact self-adjoint operators; spectra and numerical range of bounded operators; the spectral theorem; operational calculus for compact self-adjoint operators.*  
*Banach Spaces; quotient spaces, linear functionals and dual spaces; the Hahn-Banach theorem; reflexive spaces; the open mapping and closed graph theorems; the uniform boundedness principle.*  
*Banach Algebras; definition and examples; invertibility; ideals, maximal ideals and the quotient algebra; spectra.*  
*Topics: Compact operators in Banach spaces; Fredholm operators: Unbounded operators in Hilbert spaces.*

**9.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular***Atendendo aos objetivos de aprendizagem da UC, descritos em 4, é possível constatar que todos os pontos dos conteúdos programáticos, descritos em 5, visam dotar os alunos com os conhecimentos e competências necessários ao seu cumprimento e à aquisição dos referidos objetivos.***9.4.6. Demonstration of the syllabus coherence with the curricular unit's learning objectives.**

*Taking into account the objectives of the course described in 4, it is possible to observe that all the topics described in 5 aim at giving the students the knowledge and the skills for attaining the aims.*

**9.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):**

*As metodologias de ensino pretendem fomentar a aprendizagem baseada em resolução de problemas e por projectos, reforçando-se a componente prática, a aprendizagem, activa, o trabalho autónomo e a responsabilização do estudante. O modelo de avaliação incorpora exame/testes, possivelmente com nota mínima, complementado com componente de avaliação contínua.*

**9.4.7. Teaching methodologies (including evaluation):**

*The teaching methodologies aim to promote learning based on problem solving and projects, reinforcing the practical component, active learning, autonomous work and student accountability. The assessment model incorporates exam/tests, possibly with minimum grade, complemented with continuous evaluation components.*

**9.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular.**

*A metodologia de ensino basear-se-á na transferência de conceitos, resultados e aplicações através da utilização intensiva de aulas de demonstração e exercícios. Esta abordagem permitirá não só cumprir os objetivos como aprofundar os conhecimentos dos estudantes.*

**9.4.8. Demonstration of the coherence between the teaching methodologies and the learning outcomes.**

*The strategy is to provide the concepts, results, techniques and applications through intensive lectures and classes involving proofs and exercises. In this way, we hope to increase the knowledge of the students in the target subjects.*

**9.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:**

*A Course in Functional Analysis, J. B. Conway, 1990, New York; Basic Operator Theory, I. Gohberg e S. Goldberg, 1981, Birkhäuser, Basel; Introductory Functional Analysis, E. Kreyszig, 1978, Wiley, New York; Perturbation Theory for Linear Operators, T. Kato, 1980, Springer Classics in Mathematics; Introduction to Functional Analysis, A. E. Taylor e D. C. Lay, 1980, Wiley; Banach Algebra Techniques in Operator Theory, R. Douglas, 1998, Springer; Elementary Functional Analysis, Barbara D MacCluer, 2009, Springer; Apontamentos de Análise Funcional I, F. S. Teixeira e A. B. Lebre, 1995, IST*

**Anexo II - Dissertação de Mestrado em Matemática Aplicada e Computação**

**9.4.1.1. Designação da unidade curricular:**

*Dissertação de Mestrado em Matemática Aplicada e Computação*

**9.4.1.1. Title of curricular unit:**

*Master Dissertation in Applied Mathematics and Computation*

**9.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:**

*Diss*

**9.4.1.3. Duração:**

*Semestral*

**9.4.1.4. Horas de trabalho:**

*840.0*

**9.4.1.5. Horas de contacto:**

*OT - 28.0*

**9.4.1.6. ECTS:**

*30.0*

**9.4.1.7. Observações:**

*<sem resposta>*

**9.4.1.7. Observations:**

*<no answer>*

**9.4.2. Docente responsável e respetiva carga lectiva na unidade curricular (preencher o nome completo):**

*ist12376, Pedro Alves Martins da Silva Girão, 28h/OT*

**9.4.3. Outros docentes e respetivas cargas lectivas na unidade curricular:**

*Esta disciplina funciona em regime tutorial e cada aluno pode escolher o seu orientador de projecto dentro do Departamento Matemática.*

**9.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):**

*A dissertação é um projeto com a duração de um semestre enquadrável em uma de três modalidades: 1. Tese científica, 2. Projeto em empresa e 3. Projeto SCOPE. Os objetivos de aprendizagem dependerão do projeto de tese específico, mas, em geral, os estudantes deverão:*

- *aplicar os conhecimentos adquiridos no mestrado no desenvolvimento de um projeto científico, tecnológico ou de gestão.*
- *estender os seus conhecimentos a áreas não cobertas no mestrado necessárias para desenvolver o projecto de tese.*
- *pesquisar, obter, compilar e resumir informações (científicas, técnicas, legislação, entrevistas, inquéritos) relevantes para o projeto.*
- *planear e executar experiências, analisar e interpretar dados, desenvolver modelos matemáticos, realizar simulações em computador.*
- *desenvolver competências intrapessoais, interpessoais e de pensamento crítico e inovador. - escrever e apresentar oralmente e discutir uma dissertação.*

**9.4.4. Learning outcomes of the curricular unit:**

*The dissertation is a semester-long project or study that may fall within one of three modalities: 1. Scientific thesis, 2. Company project and 3. SCOPE project. Learning objectives will depend on the specific thesis project, but in general students should:*

- *apply the knowledge acquired during their degree to undertake a project of a scientific, technological or management nature.*
- *extend their knowledge to areas not covered in the Master course that are required to meet the dissertation challenge.*
- *search, obtain, compile and summarize information (scientific, technical, legislation, interviews, polls) relevant to the project.*
- *plan and execute experiments, analyse and interpret data, develop mathematical models, perform computer simulations.*
- *develop Critical and Innovative Thinking, Intrapersonal and Interpersonal Skills. - write and orally present and discuss a dissertation document.*

**9.4.5. Conteúdos programáticos:**

*A dissertação é definida inicialmente pelos orientadores ou sob orientação dosmesmos. A dissertação pode ser realizada no IST ou fora do IST (universidades, centros de investigação ou empresas, em Portugal ou no exterior). As seguintes modalidades são possíveis:*

- 1. Tese científica: uma análise profunda e academicamente rigorosa de um desafio científico, tecnológico ou da área de gestão. Pode incluir trabalho experimental e/ou computacional.*
- 2. Projeto em empresa: projeto individual focado num desafio específico apresentado pela empresa anfitriã que requer uma solução ou análise vocacionada para uma implementação a curto prazo.*
- 3. Projeto SCOPE: trabalho em equipa multidisciplinar com base em problemas/desafios reais e complexos apresentados por empresas ou instituições e que exigem contribuições de alunos de diferentes cursos do IST/ULisboa.*

**9.4.5. Syllabus:**

*The dissertation is initially defined by the supervisors or under the supervisor's guidance. The dissertation can take place at IST or outside IST (universities, research centers or companies, in Portugal or abroad). The following modalities are possible:*

- 1. Scientific thesis: an in-depth and academically rigorous analysis of a scientific, technological or management challenge. May include experimental and/or computational work.*
- 2. Company project: individual project focused on a specific challenge posed by a host company that requires a solution or analysis targeted for short term implementation.*
- 3. SCOPE project: multidisciplinary team work based on real and complex problems/challenges posed by compamies or other institutions that require inputs from students from different courses of IST or the University of Lisbon.*

**9.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular**  
*Os temas propostos como dissertação vão ao encontro dos objetivos da UC.*

**9.4.6. Demonstration of the syllabus coherence with the curricular unit's learning objectives.**  
*The topics proposed to the students are chosen according to the goals of this CU.*

**9.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):**

*As metodologias de ensino pretendem fomentar a aprendizagem baseada em resolução de problemas e por projectos, reforçando-se a componente prática, a aprendizagem, activa, o trabalho autónomo e a responsabilização do estudante. O modelo de avaliação incorpora elementos de avaliação contínua no âmbito da aprendizagem ativa (p. ex, projectos, trabalhos de casa, fichas, etc) compatível com a redução significativa do peso de avaliação por exames ( $\leq 50\%$ ).*

**9.4.7. Teaching methodologies (including evaluation):**

*The teaching methodologies aim to promote learning based on problem solving and projects, reinforcing the practical component, active learning, autonomous work and student accountability. The assessment model incorporates elements of continuous assessment in the context of active learning (eg, projects, homework, worksheets, etc.) compatible with the significant reduction of evaluation by exams ( $\leq 50\%$ ).*

**9.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular.**  
*Esta metodologia de ensino permite que aluno adquira os conhecimentos de base necessários para estudar e trabalhar no tema proposto.*

**9.4.8. Demonstration of the coherence between the teaching methodologies and the learning outcomes.**  
*The teaching methodology allows the fulfillment of the intended learning outcomes, as well as the leveling of the knowledge of students with different backgrounds and formations.*

**9.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:**  
*Variável (de acordo com os temas propostos).*

## **Anexo II - Geometria Riemanniana**

**9.4.1.1. Designação da unidade curricular:**  
*Geometria Riemanniana*

**9.4.1.1. Title of curricular unit:**  
*Riemannian Geometry*

**9.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:**  
*Geom*

**9.4.1.3. Duração:**  
*Semestral*

**9.4.1.4. Horas de trabalho:**  
*168.0*

**9.4.1.5. Horas de contacto:**  
*TP - 49.0*

**9.4.1.6. ECTS:**  
*6.0*

**9.4.1.7. Observações:**  
*<sem resposta>*

**9.4.1.7. Observations:**

<no answer>

**9.4.2. Docente responsável e respetiva carga lectiva na unidade curricular (preencher o nome completo):**

*ist12812, Miguel Tribolet de Abreu, 49h/TP*

**9.4.3. Outros docentes e respetivas cargas lectivas na unidade curricular:**

<sem resposta>

**9.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):**

*Familiarizar os alunos com os conceitos fundamentais da geometria diferencial. Introduzir a linguagem e os resultados básicos da geometria Riemanniana, com ênfase no estudo de superfícies no espaço euclidiano tridimensional.*

**9.4.4. Learning outcomes of the curricular unit:**

*Familiarize the students with the fundamental concepts of differential geometry. Introduce the language and the basic results of Riemannian geometry, with special emphasis on surfaces in three dimensional Euclidean space.*

**9.4.5. Conteúdos programáticos:**

*Variedades: espaço tangente; aplicações diferenciáveis; imersões e mergulhos; campos vetoriais, parêntesis de Lie e fluxos; grupos de Lie; orientabilidade; variedades com bordo.*

*Formas diferenciais: campos tensoriais; formas diferenciais; derivada exterior; integração de formas diferenciais; teorema de Stokes; orientação e formas de volume.*

*Variedades Riemannianas, isometrias; conexões afins, conexão de Levi-Civita; geodésicas, propriedades minimizantes de geodésicas; teorema de Hopf-Rinow.*

*Curvatura: tensor de curvatura, curvatura seccional, tensor de Ricci, curvatura escalar; formas de conexão e de curvatura, equações estruturais de Cartan; índice de um campo vectorial numa singularidade, característica de Euler-Poincaré, teorema de Gauss-Bonnet; imersões isométricas, segunda forma fundamental, curvaturas média e de Gauss.*

**9.4.5. Syllabus:**

*Differentiable Manifolds: Tangent space; differentiable maps; immersions and embeddings; vector fields, Lie brackets and flows; Lie groups; orientability; manifolds with boundary.*

*Differential forms: tensor fields; differential forms; exterior derivative; integration of differential forms; Stokes theorem; orientation and volume forms.*

*Riemannian Manifolds: isometries; affine connections, Levi-Civita connection; geodesics, minimizing properties of geodesics; Hopf-Rinow theorem.*

*Curvature: curvature tensor, sectional curvature, Ricci tensor, scalar curvature; connection and curvature forms, Cartan's structure equations; index of a vector field at a singularity, Euler-Poincaré characteristic, Gauss-Bonnet theorem; isometric immersions, second fundamental form, mean and Gaussian curvatures.*

**9.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular**

*Todos os pontos dos conteúdos programáticos visam dotar os alunos com os conhecimentos e competências necessários ao cumprimento dos objetivos de aprendizagem da UC.*

**9.4.6. Demonstration of the syllabus coherence with the curricular unit's learning objectives.**

*The topics described in the syllabus aim at giving the students the knowledge and the skills for attaining the objectives of the course.*

**9.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):**

*As metodologias de ensino pretendem fomentar a aprendizagem baseada em resolução de problemas e por projectos, reforçando-se a componente prática, a aprendizagem, activa, o trabalho autónomo e a responsabilização do estudante. O modelo de avaliação incorpora Séries de Exercícios e/ou Exame Final, eventualmente complementados com exposições orais.*

**9.4.7. Teaching methodologies (including evaluation):**

*The teaching methodologies aim to promote learning based on problem solving and projects, reinforcing the practical*

*component, active learning, autonomous work and student accountability. The assessment model incorporates Series of Exercises and/or Final Exam, possibly complemented by oral expositions.*

**9.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular.**  
*A metodologia de ensino basear-se-á na transferência de conceitos, resultados e aplicações através da utilização intensiva de aulas de demonstração e exercícios. Esta abordagem permitirá não só cumprir os objetivos como aprofundar os conhecimentos dos estudantes.*

**9.4.8. Demonstration of the coherence between the teaching methodologies and the learning outcomes.**  
*The strategy is to provide the concepts, results, techniques and applications through intensive lectures and classes involving proofs and exercises. In this way, we hope to increase the knowledge of the students in the target subjects.*

**9.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:**  
*Geometria Riemanniana, M. P. do Carmo, 1979, IMPA; An Introduction to Differentiable Manifolds and Riemannian Geometry, W. M. Boothby, 1986, Academic Press; Differential Forms and Applications, M. P. do Carmo, 1994, Springer; An Introduction to Riemannian Geometry, L. Godinho and J. Natário, 2014, Springer*

## **Anexo II - Teoria da Probabilidade**

**9.4.1.1. Designação da unidade curricular:**  
*Teoria da Probabilidade*

**9.4.1.1. Title of curricular unit:**  
*Probability Theory*

**9.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:**  
*PE*

**9.4.1.3. Duração:**  
*Semestral*

**9.4.1.4. Horas de trabalho:**  
*252.0*

**9.4.1.5. Horas de contacto:**  
*TP - 70.0*

**9.4.1.6. ECTS:**  
*9.0*

**9.4.1.7. Observações:**  
*<sem resposta>*

**9.4.1.7. Observations:**  
*<no answer>*

**9.4.2. Docente responsável e respetiva carga lectiva na unidade curricular (preencher o nome completo):**  
*ist426915, Ana Patricia Carvalho Gonçalves, 70h/TP*

**9.4.3. Outros docentes e respetivas cargas lectivas na unidade curricular:**  
*<sem resposta>*

**9.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):**  
*O objetivo da disciplina consiste em expôr os alunos à teoria da probabilidade desde o conceito básico de variável aleatória, passando pelos conceitos de convergência de sequências de variáveis aleatórias até ao conceito de martingal em tempo discreto.*

**9.4.4. Learning outcomes of the curricular unit:**

*The goal of this course consists in exposing the students to probability theory since the basic notion of random variable, passing through the concepts of convergence of sequence of random variables up to the theory of martingales in discrete time.*

**9.4.5. Conteúdos programáticos:**

*Breve revisão sobre espaços de probabilidade, variáveis e vetores aleatórias, independência estocástica, esperança matemática. Convergência de sucessões de variáveis aleatórias: tipos de convergência e relações entre os mesmos. Integrabilidade uniforme e momentos. Lemas de Borel-Cantelli. Convergência de séries de variáveis aleatórias, teoremas de Kolmogorov, sequências equivalentes. Leis dos Grandes Números: lei fraca e lei forte. Funções característica: propriedades, teorema da unicidade, inversão e relação com convergência fraca, teorema do limite central. Esperança condicional: propriedades básicas, esperança condicional com respeito um número finito de variáveis aleatórias e com respeito a sigma algebras. Teoria de martingais em tempo discreto: propriedades, upcrossing, teoremas de convergência, tempos de paragem, teoremas de amostragem opcional, aplicações.*

**9.4.5. Syllabus:**

*Brief recap on probability spaces, random variables and random vectors, stochastic independence, mathematical expectation. Convergence of sequences of random variables: different types of convergence and relationship between them. Uniform integrability and moments. Borel-Cantelli lemmas. Convergence of series of random variables, Kolmogorov's theorems, equivalent sequences. Laws of large numbers: weak law and strong laws. Characteristic functions: properties, uniqueness theorem, inversion formula and its relationship with weak convergence, central limit theorem. Conditional expectation: basic properties, conditional expectation with respect to a finite number of random variables and with respect to sigma algebras. Theory of discrete time martingales: properties, upcrossing, convergence theorems, stopping times, optional stopping theorems, applications.*

**9.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular**  
*Atendendo aos objetivos de aprendizagem da UC, descritos em 4, qualquer especialista na matéria poderá constatar que todos os pontos dos conteúdos programáticos, descritos em 5, visam dotar os alunos com os conhecimentos e competências necessárias ao seu cumprimento e à aquisição dos referidos objetivos.*

**9.4.6. Demonstration of the syllabus coherence with the curricular unit's learning objectives.**

*Taking into account the objectives of the course described in 4, it is possible to observe that all the topics described in 5 aim at giving the students the knowledge and the skills for attaining the aims.*

**9.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):**

*As metodologias de ensino pretendem fomentar a aprendizagem baseada em resolução de problemas e por projectos, reforçando-se a componente prática, a aprendizagem activa, o trabalho autónomo e a responsabilização do estudante. O modelo de avaliação incorpora a realização de um exame, mini-testes e uma apresentação oral sobre um tema à escolha do aluno.*

**9.4.7. Teaching methodologies (including evaluation):**

*The teaching methodologies aim to promote learning based on problem solving and projects, reinforcing the practical component, active learning, autonomous work and student accountability. The assessment model incorporates the realization of an exam, mini-tests, and an oral presentation about a topic on the choice of the student.*

**9.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular.**  
*A metodologia de ensino basear-se-á na transferência de conceitos teóricos e práticos através da utilização intensiva de aulas de demonstração e trabalhos experimentais. Esta abordagem permitirá não só cumprir os objetivos como auxiliará o nivelamento do conhecimento de estudantes com diferentes proveniências e formações.*

**9.4.8. Demonstration of the coherence between the teaching methodologies and the learning outcomes.**

*The strategy is to provide the concepts, results, techniques and applications through intensive lectures and classes involving proofs and exercises. In this way, we hope to increase the knowledge of the students in the target subjects.*

**9.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:**

*Probability: theory and examples, DURRET, R., 2019, 5th edition. Cambridge University Press; A Course in Probability Theory, CHUNG, K. L., 1974, 2nd ed. New York, Academic Press; Probability, SHIRYAYEV, A. N., 1984, Springer-Verlag, New York; Probability Theory, VARADHAN, S.R.S., 2001, New York, Courant Institute of Mathematical Sciences*

**Anexo II - Análise de Modelos Lineares****9.4.1.1. Designação da unidade curricular:***Análise de Modelos Lineares***9.4.1.1. Title of curricular unit:***Linear Model Analysis***9.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:***PE***9.4.1.3. Duração:***Semestral***9.4.1.4. Horas de trabalho:***168.0***9.4.1.5. Horas de contacto:***TP - 49.0***9.4.1.6. ECTS:***6.0***9.4.1.7. Observações:***<sem resposta>***9.4.1.7. Observations:***<no answer>***9.4.2. Docente responsável e respetiva carga lectiva na unidade curricular (preencher o nome completo):***ist13493, Maria da Conceição Esperança Amado, 49h/TP***9.4.3. Outros docentes e respetivas cargas lectivas na unidade curricular:***<sem resposta>***9.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):***Desenvolver a análise de modelos estatísticos lineares com erros normais, enfatizando quer a teoria subjacente aos modelos de regressão, análise de variância e delineamento experimental quer a aplicação e interpretação destes modelos a problemas reais.***9.4.4. Learning outcomes of the curricular unit:***Developing the analysis of normal linear models, emphasizing the theory of the linear regression models, analysis-of-variance models, experimental design, as well as the application of these models to real problems.***9.4.5. Conteúdos programáticos:***Aplicações dos modelos lineares. Inferência em regressão linear simples numa abordagem matricial. Modelo linear geral. Modelos de regressão linear múltipla. Estimação de parâmetros: método dos mínimos quadrados, método da máxima verosimilhança. Inferência e predição. Teste de 'lack-of-fit'. Regressão polinomial. Regressão com variáveis qualitativas. Construção de um bom modelo de regressão. Técnicas de diagnóstico. Modelo de Análise de Variância (ANOVA) com 1 factor fixo. Estimação. Comparações múltiplas. Testes de homocedasticidade. Modelo ANOVA com 1 factor aleatório. Modelos ANOVA com 2 e 3 factores fixos. Modelo de análise de covariância (ANCOVA). Introdução ao Delineamento Experimental. Delineamento completamente aleatorizado. Delineamento em blocos aleatorizados. Outros tópicos extra: Regressão robusta, ridge e LASSO.***9.4.5. Syllabus:***Applications of linear models. Overview of simple linear regression. The general linear model. Topics of matrix algebra. The multiple linear regression model. Estimation of parameters. Least squares. Residuals and properties. Maximum likelihood. Inference and prediction. Distribution of the estimators. The problem of simultaneous estimation. Prediction.*

**ANOVA table. General linear hypotheses. Lack-of-fit test. Standardized variables. Polynomial regression. Qualitative variables. Building a good regression model. Diagnostic techniques and correction measures. Selection of variables. Model validation. The analysis of variance models. ANOVA models with one fixed factor. Estimation. Inference. Multiple comparisons. Diagnostics. ANOVA models with one random factor. ANOVA models with two fixed factors. Analysis of covariance. Research Design Principles. Completely Randomized Designs. Completely random block designs. Other extra topics: Robust regression, ridge and LASSO.**

**9.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular**  
*Os conteúdos estão organizados de forma integrada e hierárquica partindo-se de aspectos gerais teóricos dos modelos lineares para a concretização e aplicação teórica e aplicada a modelos específicos. Estes conteúdos visam dotar os alunos com os conhecimentos e competências necessárias ao seu cumprimento e à aquisição dos objectivos referidos.*

**9.4.6. Demonstration of the syllabus coherence with the curricular unit's learning objectives.**  
*The contents are organized in an integrated and hierarchical way starting from the general theoretical aspects of linear models to the realization and application to various models and their specificities. These contents aim to provide students with the knowledge and skills necessary for their fulfillment and the acquisition of these objectives.*

**9.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):**  
*As metodologias de ensino pretendem fomentar a aprendizagem baseada em resolução de problemas e por projectos, reforçando-se a componente prática, a aprendizagem, activa, o trabalho autónomo e a responsabilização do estudante. O modelo de avaliação incorpora exame com nota mínima de 7.0 valores + projecto computacional.*

**9.4.7. Teaching methodologies (including evaluation):**  
*The teaching methodologies aim to promote learning based on problem solving and projects, reinforcing the practical component, active learning, autonomous work and student accountability. The assessment model incorporates exam with a minimum grade of 7.0 + computational project.*

**9.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular.**  
*As metodologias de ensino e de aprendizagem visam o desenvolvimento integrado nos estudantes dos conhecimentos referidos nos conteúdos programáticos e a concretização objectivos e competências estabelecidos. A realização de exercícios na aula, quer de aquisição de conceitos, quer de aplicação computacional, a realização de um projecto com dados reais e um exame potencia a aprendizagem numa perspectiva de globalidade fomentando a integração de saberes. Os métodos propostos pretendem desenvolver nos estudantes conhecimentos, compreensão e competências ao nível da aplicação sustentada pelo conhecimento teórico.*

**9.4.8. Demonstration of the coherence between the teaching methodologies and the learning outcomes.**  
*Teaching and learning methodologies aim at the integrated development of the knowledge referred to in the programmatic content and the achievement of established objectives and competences. Exercises in class for acquiring theoretical or computational concepts, the realization of a project with real data and a written examination enhances learning in a global perspective fostering the integration of knowledge. The proposed methods aim to develop knowledge, understanding and competencies in students at the application level supported by theoretical knowledge.*

**9.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:**  
*Applied Linear Statistical Models, Michael H. Kutner, John Neter, Christopher J. Nachtsheim, William Li, 2004, McGraw-Hill College; Linear Models with R, Faraway, J., 2014, New York: Chapman and Hall/CRC; Matrix Algebra useful for Statistics, S.R. Searle, 1982, Wiley, Nova Iorque*

## **Anexo II - Estatística Biomédica**

**9.4.1.1. Designação da unidade curricular:**  
*Estatística Biomédica*

**9.4.1.1. Title of curricular unit:**  
*Biomedical Statistics*

**9.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:**  
*PE*

**9.4.1.3. Duração:****Semestral****9.4.1.4. Horas de trabalho:****252.0****9.4.1.5. Horas de contacto:****TP - 70.0****9.4.1.6. ECTS:****9.0****9.4.1.7. Observações:****<sem resposta>****9.4.1.7. Observations:****<no answer>****9.4.2. Docente responsável e respetiva carga lectiva na unidade curricular (preencher o nome completo):****ist13231, Giovanni Loiola da Silva, 70h/TP****9.4.3. Outros docentes e respetivas cargas lectivas na unidade curricular:****<sem resposta>****9.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):*****Estudar três grandes tópicos da Estatística com importantes aplicações biomédicas: Modelos Lineares Generalizados, Análise de Sobrevivência e Delineamento e Análise de Ensaios Clínicos.*****9.4.4. Learning outcomes of the curricular unit:*****Study three topics of Statistics with important biomedical applications: Generalized Linear Models, Survival Analysis and Design and Analysis of Clinical Trials.*****9.4.5. Conteúdos programáticos:*****1. Modelos Lineares Generalizados: Caracterização geral e análise estatística. Regressão logística, Regressão Poisson e Modelos Log-lineares como casos especiais. Extensões. 2. Análise de Sobrevivência: Modelos de falha e tipos de censura. Inferência em modelos paramétricos. Comparação de curvas de sobrevivência. O modelo de hazards proporcionais de Cox. Modelos de taxa de falha acelerada. Métodos de ajustamento. Sobrevivência espacial. 3. Ensaios Clínicos (EC): Generalidades sobre EC. Problemas na condução do EC. Tipos de delineamento experimental em EC. Métodos estatísticos para o EC. Procedimentos Mantel-Haenszel. EC crossover.*****9.4.5. Syllabus:*****1. Generalized Linear Models: General features and statistical analysis. Logistic regression, Poisson regression and Log-linear models as special cases. Extensions. 2. Survival Analysis: Failure models and types of censoring. Inference in parametric models. Comparing survival curves. Cox proportional hazards model. Accelerated failure time models. Goodness-of-fit tests. Spatial survival. 3. Clinical Trials: Generalities. Problems on conducting clinical trials. Types of experimental designs. Statistical methods. Mantel-Haenszel procedures. Crossover clinical trials.*****9.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular*****Atendendo aos objetivos de aprendizagem da UC, descritos em 4, qualquer especialista na matéria poderá constatar que todos os pontos dos conteúdos programáticos, descritos em 5, visam dotar os alunos com os conhecimentos e competências necessárias ao seu cumprimento e à aquisição dos referidos objetivos. Os conteúdos programáticos abrangem os principais tópicos de estatística biomédica e aplicações permitindo ao aluno rever e aprofundar conhecimentos antecedentes, bem como adquirir novos conhecimentos úteis à sua atividade como profissional de matemática/estatística capacitando-o, ainda, para outras aprendizagens através de pesquisa autónoma. São fornecidas as bases teóricas, os conceitos essenciais e exemplos de aplicação, solicitando-se aos alunos o estudo dos conteúdos e a resolução de exercícios de aplicação.*****9.4.6. Demonstration of the syllabus coherence with the curricular unit's learning objectives.**

*In view of the learning objectives of the UC, described in 4, any specialist in the subject will be able to see that all the points of the syllabus, described in 5, aim to provide students with the knowledge and skills necessary for their fulfillment and the acquisition of those objectives. The syllabus contents cover the main topics of biomedical statistics and applications allowing the student to review and deepen background knowledge, as well as acquire new knowledge useful to his activity as a mathematics / statistics professional, further qualifying him for further learning through autonomous research. Theoretical bases, essential concepts and application examples are provided, students are asked to study the contents and solve application exercises.*

**9.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):**

*As metodologias de ensino pretendem fomentar a aprendizagem baseada em conceitos fundamentais dos tópicos abordados e na resolução de problemas e por projetos, destacando-se a componente prática, a aprendizagem ativa, o trabalho autónomo e a responsabilização do estudante. O modelo de avaliação incorpora elementos de avaliação contínua no âmbito da aprendizagem ativa (e.g., projetos) ponderada por avaliação por testes (<=70%).*

**9.4.7. Teaching methodologies (including evaluation):**

*The teaching methodologies aim to foster learning based on fundamental concepts of the topics covered, problem solving and projects, with emphasis on the practical component, active learning, autonomous work and student accountability. The assessment model incorporates elements of continuous assessment in the context of active learning (e.g., projects) weighted by test assessment (<=70%).*

**9.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular.**

*A metodologia de ensino basear-se-á na transferência de conceitos teóricos e práticos através da utilização intensiva de aulas de demonstração e trabalhos aplicados. Esta abordagem permitirá não só cumprir os objetivos como auxiliará o nivelamento do conhecimento de estudantes com diferentes proveniências e formações. Os métodos de ensino foram concebidos de modo a que os alunos possam desenvolver um conhecimento abrangente, assegurando a conformidade com os objetivos da unidade curricular. A realização de trabalhos práticos permite o confronto com problemas reais.*

**9.4.8. Demonstration of the coherence between the teaching methodologies and the learning outcomes.**

*The teaching methodology will be based on the transfer of theoretical and practical concepts through the intensive use of demonstration classes and applied reports. This approach will not only fulfill the objectives, but will also help to level the knowledge of students with different backgrounds and backgrounds. Teaching methods have been designed so that students can develop comprehensive knowledge, ensuring compliance with the objectives of the course. Practical work allows confrontation with real problems.*

**9.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:**

*Modelos Lineares Generalizados: da teoria à prática, M. A. Amaral-Turkman, G. L. Silva, 2000, Sociedade Portuguesa de Estatística; Statistical Models and Methods for Lifetime Data, J. F. Lawless, 2003, 2nd Edition, Wiley; Clinical Trials. A practical approach, S. J. Pocock, 1983, John Wiley. Chichester*

**Anexo II - Equações Diferenciais Ordinárias**

**9.4.1.1. Designação da unidade curricular:**

*Equações Diferenciais Ordinárias*

**9.4.1.1. Title of curricular unit:**

*Ordinary Differential Equations*

**9.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:**

*EDSD*

**9.4.1.3. Duração:**

*Semestral*

**9.4.1.4. Horas de trabalho:**

*252.0*

**9.4.1.5. Horas de contacto:**

*TP - 70.0*

**9.4.1.6. ECTS:****9.0****9.4.1.7. Observações:****<sem resposta>****9.4.1.7. Observations:****<no answer>****9.4.2. Docente responsável e respetiva carga lectiva na unidade curricular (preencher o nome completo):*****Luís Manuel Gonçalves Barreira 0.0*****9.4.3. Outros docentes e respetivas cargas lectivas na unidade curricular:*****ist12796, Maria João Simões Nunes Borges Teixeira, 70h/TP*****9.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):*****Fornecer uma introdução de nível elevado à Teoria de Equações Diferenciais Ordinárias, com ênfase no estudo das propriedades geométricas e topológicas, e nomeadamente de conceitos e resultados fundamentais de teoria qualitativa, hiperbolicidade e estabilidade.*****9.4.4. Learning outcomes of the curricular unit:*****To provide a high level introduction to the Theory of Ordinary Differential Equations, with emphasis on the study of geometric and topological properties, and namely of fundamental concepts and results of qualitative theory, hyperbolicity, and stability.*****9.4.5. Conteúdos programáticos:*****Noções básicas: existência, unicidade, regularidade e extensão de soluções; dependência contínua nas condições iniciais.******Teoria geométrica: retratos de fase; órbitas homoclínicas, heteroclínicas e periódicas; conjuntos invariantes; conjuntos limite; teorema de Poincaré-Bendixson.******Equações lineares: retratos de fase; equação linear variacional; coeficientes periódicos; conjugação linear, topológica e diferenciável.******Hiperbolicidade: pontos fixos hiperbólicos; teorema de Grobman-Hartman: conjugações topológicas.******Estabilidade: estabilidade e estabilidade assintótica; funções de Lyapunov; critérios de estabilidade e instabilidade; sistemas mecânicos.******Teoria do índice para campos no plano: teorema do ponto fixo de Brouwer; índice de pontos críticos isolados.******Teoria de bifurcação: diagramas de bifurcação; equações homológicas e formas normais; teorema da variedade central; estabilidade de pontos críticos.*****9.4.5. Syllabus:*****Basic notions: existence, uniqueness, regularity and extension of solutions; continuous dependence on the initial conditions.******Geometric theory: phase portraits; homoclinic, heteroclinic and periodic orbits; invariant sets; limit sets; Poincaré-Bendixson's theorem.******Linear equations: phase portraits; linear variational equation; periodic coefficients; linear, topological and differentiable conjugation.******Hyperbolicity: hyperbolic fixed points; Grobman-Hartman theorem: topological conjugacies.******Stability: stability and asymptotic stability; Lyapunov functions; stability and instability criteria; mechanical systems.******Index theory: Brouwer's fixed point theorem; index of isolated critical points.***

***Bifurcation theory: bifurcation diagrams; homological equations and normal forms; center manifold theorem; stability of critical points.***

**9.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular**  
***Atendendo aos objetivos de aprendizagem da UC, descritos em 4, os pontos dos conteúdos programáticos, descritos em 5, visam dotar os alunos dos conhecimentos e das competências necessários ao seu cumprimento e portanto à concretização dos referidos objetivos.***

**9.4.6. Demonstration of the syllabus coherence with the curricular unit's learning objectives.**  
***Taking into account the learning objectives of the UC, described in 4, the points in the programmatic content, described in 5, intend to give the students the knowledge and competence that are necessary for their fulfillment and so to attain those same objectives.***

**9.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):**  
***As metodologias de ensino pretendem fomentar a aprendizagem baseada em resolução de problemas e por projectos, reforçando-se a componente prática, a aprendizagem, activa, o trabalho autónomo e a responsabilização do estudante. O modelo de avaliação incorpora Séries de Exercícios e/ou Exame Final, eventualmente complementados com exposições orais.***

**9.4.7. Teaching methodologies (including evaluation):**  
***The teaching methodologies aim to promote learning based on problem solving and projects, reinforcing the practical component, active learning, autonomous work and student accountability. The assessment model incorporates Series of Exercises and/or Final Exam, eventually complemented with oral expositions.***

**9.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular.**  
***A metodologia de ensino basear-se-á na transferência de conceitos teóricos e práticos através de aulas teóricas e de resolução de problemas. Esta abordagem, com avaliação por séries de exercícios e/ou exame final, eventualmente complementados com exposições orais, permitirá cumprir os objetivos da UC, bem como dotar os alunos de uma formação relevante na área.***

**9.4.8. Demonstration of the coherence between the teaching methodologies and the learning outcomes.**  
***The teaching method shall be based on the transfer of theoretical and practical concepts through theoretical classes and classes of resolution of problems. This approach, with evaluation by series of exercises and/or final exam, eventually complemented with oral expositions, will allow to fulfill the objectives of the UC, as well as to give the students a relevant education in the area.***

**9.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:**  
***Ordinary Differential Equations, V. Arnold, 1992, Springer.***

***Equações Diferenciais: Teoria Qualitativa, L. Barreira e C. Valls, 2010, IST Press.***

***Ordinary Differential Equations, J. Hale, 2009, Dover.***

***Differential Equations and Dynamical Systems, L. Perko, 1991, Springer.***

***Lições de Equações Diferenciais Ordinárias, J. Sotomayor, 1979, IMPA.***

***Nonlinear Differential Equations and Dynamical Systems, F. Verhulst, 1996, Springer.***

## **Anexo II - Análise Numérica Funcional e Optimização**

**9.4.1.1. Designação da unidade curricular:**  
***Análise Numérica Funcional e Optimização***

**9.4.1.1. Title of curricular unit:**  
***Numerical Functional Analysis and Optimization***

**9.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:**

**ANAA**

**9.4.1.3. Duração:**  
*Semestral*

**9.4.1.4. Horas de trabalho:**  
*168.0*

**9.4.1.5. Horas de contacto:**  
*TP - 49.0*

**9.4.1.6. ECTS:**  
*6.0*

**9.4.1.7. Observações:**  
*<sem resposta>*

**9.4.1.7. Observations:**  
*<no answer>*

**9.4.2. Docente responsável e respetiva carga lectiva na unidade curricular (preencher o nome completo):**  
*ist13212, Juha Hans Videman, 49h/TP*

**9.4.3. Outros docentes e respetivas cargas lectivas na unidade curricular:**  
*<sem resposta>*

**9.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):**  
*Adquirir conhecimentos de análise numérica em espaços de Banach e de análise e resolução numérica de problemas de optimização não lineares.*

**9.4.4. Learning outcomes of the curricular unit:**  
*Acquire knowledge of numerical analysis in Banach spaces and of analysing and solving nonlinear optimisation problems.*

**9.4.5. Conteúdos programáticos:**  
*Espaços normados, espaços de Hilbert e Banach, operadores lineares, teoremas da série geométrica e do ponto fixo de Banach, derivação de Fréchet, teoremas do valor médio, funções convexas, método de Newton em espaços de Banach, aplicação a equações diferenciais e integrais. Métodos de Newton-Kantorovich e de Broyden, análise de erro. Condições necessárias e suficientes de optimalidade para problemas de optimização sem restrições. Direções de descida, métodos de procura unidireccional, Newton, quasi-Newton, BFGS e da descida máxima. Condições de Wolfe, estratégias globais de procura, problemas de mínimos quadrados não lineares, método de Gauss-Newton. Optimização com restrições: sistema KKT, qualificação de restrições, condições necessárias e suficientes de optimalidade, programação quadrática, métodos de penalização quadrática, barreira logarítmica e Lagrangeano aumentado.*

**9.4.5. Syllabus:**  
*Basic concepts of Functional Analysis: normed spaces, Banach and Hilbert spaces, linear operators in Banach spaces, geometric series theorem, Banach fixed point theorem, Fréchet differentiation, mean value theorems, convex functions, Newton's method in Banach spaces, applications to differential and integral equations. Solution of nonlinear systems of equations: Newton's method, Broyden's method, error analysis. Unconstrained optimisation: necessary and sufficient conditions of optimality, descent directions, line search methods. Newton's method, quasi-Newton methods, BFGS method, steepest descent method, Wolfe conditions, global line search strategies, nonlinear least-square problems, Gauss-Newton method. Constrained optimisation: KKT system, constraint qualification, second-order necessary and sufficient conditions of optimality, quadratic programming with linear constraints, quadratic penalty, logarithmic barrier and augmented Lagrangian methods.*

**9.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular**

*Os conteúdos programáticos abrangem tópicos de cálculo diferencial em espaços de Banach e de análise e simulação numérica de problemas de optimização não lineares. A matéria lecionada permite ao aluno rever e aprofundar conhecimentos antecedentes, bem como adquirir novos conhecimentos, úteis à sua atividade como profissional de matemática ou engenharia, capacitando-o ainda para outras aprendizagens através de pesquisa autónoma. São fornecidas as bases teóricas, os conceitos essenciais e exemplos de aplicação, solicitando-se aos alunos o estudo dos conteúdos, a resolução de exercícios e a elaboração de um projeto computacional.*

**9.4.6. Demonstration of the syllabus coherence with the curricular unit's learning objectives.**

*The syllabus covers topics of differential calculus in Banach spaces and analysis and numerical simulation of nonlinear optimization problems. The subject taught allows the student to review and deepen background knowledge, as well as acquire new knowledge, useful to his/her activity as a math or engineering professional, enabling him/her to further learn through autonomous research. Theoretical bases, essential concepts and application examples are provided, students are asked to study the contents, solve exercises and prepare a report on a computational project.*

**9.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):**

*As metodologias de ensino pretendem fomentar a aprendizagem baseada em resolução de problemas e por projectos, reforçando-se a componente prática, a aprendizagem, activa, o trabalho autónomo e a responsabilização do estudante. O modelo de avaliação incorpora Exame/testes, possivelmente com nota mínima, complementado com componente de avaliação contínua (70%). Trabalhos computacionais (30%). Eventual necessidade de discussão oral dos trabalhos, requerida para notas finais iguais ou superiores a 18.*

**9.4.7. Teaching methodologies (including evaluation):**

*The teaching methodologies aim to promote learning based on problem solving and projects, reinforcing the practical component, active learning, autonomous work and student accountability. The assessment model incorporates Exam/tests, subject to a minimum grade, complemented with continuous evaluation components (70%). Computational projects (30%). An oral discussion of the computational projects may be required and is mandatory for students with grades greater than or equal to 18.*

**9.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular.**

*Os métodos de ensino foram concebidos de modo a que os alunos possam desenvolver um conhecimento abrangente, assegurando a conformidade com os objetivos da unidade curricular. A realização de projetos computacionais permite o confronto com problemas reais.*

**9.4.8. Demonstration of the coherence between the teaching methodologies and the learning outcomes.**

*Teaching methods have been designed so that students can develop comprehensive knowledge, ensuring compliance with the objectives of the course. The realization of a computational project allows the student to apply the acquired knowledge to real problems.*

**9.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:**

*Análise Numérica Funcional e Optimização. Teoria. (<http://www.math.ist.utl.pt/~calves/lmac/Anfo2012-v2.pdf>), C.J.S. Alves, 2012, <http://www.math.ist.utl.pt/~calves/lmac/Anfo2012-v2.pdf>; Theoretical Numerical Analysis: A Functional Analysis Framework, K. Atkinson, W. Han, 2009, 3rd Edition, Springer-Verlag; Nonlinear Programming: Theory and Algorithms, M. S. Bazaraa, H.R. Sherali, C.M. Shetty, 2006, 3rd Ed., WileyBlackwell; Numerical Methods for Unconstrained Optimization and Nonlinear Equations, J.E. Dennis, R. B. Schnabel, 1996, SIAM Classics in Applied Mathematics; Numerical Optimization, J. Nocedal, S. J. Wright, 2006, 2nd Edition, Springer Series in Operations Research*

**Anexo II - Análise Multivariada**

**9.4.1.1. Designação da unidade curricular:**

*Análise Multivariada*

**9.4.1.1. Title of curricular unit:**

*Multivariate Analysis*

**9.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:**

*PE*

**9.4.1.3. Duração:**

**Semestral****9.4.1.4. Horas de trabalho:****168.0****9.4.1.5. Horas de contacto:****TP 35, PL 14****9.4.1.6. ECTS:****6.0****9.4.1.7. Observações:****<sem resposta>****9.4.1.7. Observations:****<no answer>****9.4.2. Docente responsável e respetiva carga lectiva na unidade curricular (preencher o nome completo):****ist12954, Maria do Rosário de Oliveira Silva, 49h/TP 35, PL 14****9.4.3. Outros docentes e respetivas cargas lectivas na unidade curricular:****<sem resposta>****9.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):*****Ganhar exposição aos métodos de análise multivariada mais comuns e obter o conhecimento necessário para efectuar interpretações adequadas de dados multivariados, em particular para compreender a estrutura que lhe está subjacente, e seleccionar os métodos de análise apropriados.*****9.4.4. Learning outcomes of the curricular unit:*****To become acquainted with the more common multivariate statistical methods and to acquire the knowledge required in order to make proper interpretations of multivariate data, namely to understand their structure and underlying patterns, and to select the appropriate methods of analysis.*****9.4.5. Conteúdos programáticos:*****Introdução à análise multivariada. Estatística descritiva para dados multivariados. Distribuição normal e multinomial multivariada e problemas de inferência associados. Análise discriminante e análise de variáveis canónicas. Análise de componentes principais. Análise de clusters. Multidimensional scaling.*****9.4.5. Syllabus:*****Introduction to multivariate analysis. Descriptive statistics for multivariate data. Multivariate normal and multinomial distribution and statistical inference based on these distributions. Principal components analysis. Discriminant analysis and canonical variate analysis. Cluster analysis. Multidimensional scaling.*****9.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular*****Os conteúdos estão organizados de forma integrada e permite aos alunos adquirem conhecimentos fundamentais em Análise Multivariada, imprescindíveis para os preparar para os desafios da análise de dados reais. Os aspectos teóricos são complementados com conhecimento vital para a garantir boas práticas na modelação e resolução de problemas reais.*****9.4.6. Demonstration of the syllabus coherence with the curricular unit's learning objectives.*****The contents are organized in an integrated way and allows students to acquire fundamental knowledge in Multivariate Analysis, essential to prepare them for the challenges of real data analysis. Theoretical aspects are complemented with vital knowledge to ensure good practices in modeling and solving real problems.*****9.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):**

***As metodologias de ensino pretendem fomentar a aprendizagem baseada em resolução de problemas e por projectos, reforçando-se a componente prática, a aprendizagem, activa, o trabalho autónomo e a responsabilização do estudante. O modelo de avaliação incorpora Testes (50%) + Projeto Computacional (50%).***

**9.4.7. Teaching methodologies (including evaluation):**

***The teaching methodologies aim to promote learning based on problem solving and projects, reinforcing the practical component, active learning, autonomous work and student accountability. The assessment model incorporates Tests (50%) + Computational Project (50%).***

**9.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular.**

***As metodologias de ensino e de aprendizagem visam o desenvolvimento integrado dos conhecimentos referidos nos conteúdos programáticos e a concretização dos objectivos e competências estabelecidos. A realização de exercícios teóricos em sala de aula, a modelação de conjuntos de dados reais usando software estatístico, a realização de um projecto assentes em problemas reais e um exame potencia uma aprendizagem numa perspectiva global fomentando a integração de saberes e a exposição a várias visões sobre análise de dados. As metodologias propostas pretendem desenvolver nos estudantes conhecimento, compreensão, sentido crítico e competências ao nível da resolução de problemas reais sustentada pelo conhecimento teórico.***

**9.4.8. Demonstration of the coherence between the teaching methodologies and the learning outcomes.**

***Teaching and learning methodologies aim at the integrated development of the knowledge referred to in the syllabus and the achievement of established objectives and competences. The realization of theoretical exercises in the classroom, the modeling of real data sets using statistical software, the realization of a project based on real problems and an exam enhances learning in a global perspective, promoting the integration of knowledge and exposure to various views about data analysis. The proposed methodologies intend to develop students' knowledge, understanding, critical sense and skills in terms of solving real problems supported by theoretical knowledge.***

**9.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:**

***Applied Multivariate Statistical Analysis, R. A. Johnson and D. W. Wichern, 2007, Sixth Edition, Prentice-Hall, New Jersey***

**Anexo II - Projeto Integrador de 2º Ciclo em Matemática Aplicada e Computação**

**9.4.1.1. Designação da unidade curricular:**

***Projeto Integrador de 2º Ciclo em Matemática Aplicada e Computação***

**9.4.1.1. Title of curricular unit:**

***2nd Cycle Integrated Project in Applied Mathematics and Computation***

**9.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:**

***OM***

**9.4.1.3. Duração:**

***Semestral***

**9.4.1.4. Horas de trabalho:**

***336.0***

**9.4.1.5. Horas de contacto:**

***OT - 28.0***

**9.4.1.6. ECTS:**

***12.0***

**9.4.1.7. Observações:**

***<sem resposta>***

**9.4.1.7. Observations:**

<no answer>

**9.4.2. Docente responsável e respetiva carga lectiva na unidade curricular (preencher o nome completo):**  
*ist12376, Pedro Alves Martins da Silva Girão, 28h/OT*

**9.4.3. Outros docentes e respetivas cargas lectivas na unidade curricular:**  
*Esta disciplina funciona em regime tutorial e cada aluno pode escolher o seu orientador de projecto dentro do Departamento Matemática.*

**9.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):**  
*Projecto Integrador tem a duração de um semestre e é enquadrável em uma de três modalidades: 1. Projecto científico, 2. Projecto em empresa e 3. Projeto SCOPE. Os objetivos de aprendizagem dependerão do projeto específico, mas, em geral, os estudantes deverão:*

- *aplicar os conhecimentos adquiridos na licenciatura no desenvolvimento de um projeto científico, tecnológico ou de gestão.*
- *estender os seus conhecimentos a áreas não cobertas na licenciatura.*
- *pesquisar, obter, compilar e resumir informações (científicas, técnicas, legislação, entrevistas, inquéritos) relevantes para o projeto.*
- *planear e executar experiências, analisar e interpretar dados, desenvolver modelos matemáticos, realizar simulações em computador.*
- *desenvolver competências intrapessoais, interpessoais e de pensamento crítico e inovador.*
- *escrever e apresentar oralmente e discutir um relatório técnico.*

**9.4.4. Learning outcomes of the curricular unit:**  
*The integrated project may fall within one of three modalities: 1. Scientific project, 2. Company project and 3. SCOPE project. Learning objectives will depend on the specific project, but in general students should:*

- *apply the knowledge acquired during their degree to undertake a project of a scientific, technological or management nature.*
- *extend their knowledge to areas not covered in their degree.*
- *search, obtain, compile and summarize information (scientific, technical, legislation, interviews, polls) relevant to the project - plan and execute experiments, analyse and interpret data, develop mathematical models, perform computer simulations*
- *develop Critical and Innovative Thinking, Intrapersonal and Interpersonal Skills. - write and orally present and discuss a technical report.*

**9.4.5. Conteúdos programáticos:**  
*O projeto é definido inicialmente pelos orientadores ou sob orientação dos mesmos. Pode ser realizado individualmente ou em grupo, no IST ou fora do IST (universidades, centros de investigação ou empresas). As seguintes modalidades são possíveis:*

- 1. Projecto científico: uma análise profunda e academicamente rigorosa de um desafio científico, tecnológico ou da área de gestão. Pode incluir trabalho experimental e/ou computacional.*
- 2. Projeto em empresa: projeto individual focado num desafio específico apresentado pela empresa anfitriã que requer uma solução ou análise vocacionada para uma implementação a curto prazo.*
- 3. Projeto SCOPE: trabalho em equipa multidisciplinar com base em problemas/desafios reais e complexos apresentados por empresas ou instituições e que exigem contribuições de alunos de diferentes cursos do IST/ULisboa.*

**9.4.5. Syllabus:**  
*The project is initially defined by the supervisors or under the supervisors guidance. It can be carried out individually or in groups, and take place at IST or outside IST (universities, research centers or companies). The following modalities are possible:*

- 1. Scientific project: an in-depth and academically rigorous analysis of a scientific, technological or management challenge. May include experimental and/or computational work.*
- 2. Company project: individual project focused on a specific challenge posed by a host company that requires a solution or analysis targeted for short term implementation.*
- 3. SCOPE project: multidisciplinary team work based on real and complex problems/challenges posed by companies or other institutions that require inputs from students from different courses of IST or the University of Lisbon.*

**9.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular**

**Os temas propostos como projecto vão ao encontro dos objectivos da UC.**

**9.4.6. Demonstration of the syllabus coherence with the curricular unit's learning objectives.**

***The topics proposed to the students are chosen according to the goals of this CU.***

**9.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):**

***As metodologias de ensino pretendem fomentar a aprendizagem baseada em resolução de problemas e por projectos, reforçando-se a componente prática, a aprendizagem, activa, o trabalho autónomo e a responsabilização do estudante. O modelo de avaliação incorpora elementos de avaliação contínua no âmbito da aprendizagem ativa (p. ex, projectos, trabalhos de casa, fichas, etc) compatível com a redução significativa do peso de avaliação por exames (≤50%).***

**9.4.7. Teaching methodologies (including evaluation):**

***The teaching methodologies aim to promote learning based on problem solving and projects, reinforcing the practical component, active learning, autonomous work and student accountability. The assessment model incorporates elements of continuous assessment in the context of active learning (eg, projects, homework, worksheets, etc.) compatible with the significant reduction of evaluation by exams (≤50%).***

**9.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular.**

***Esta metodologia de ensino permite que aluno adquira os conhecimentos de base necessários para estudar e trabalhar no tema proposto.***

**9.4.8. Demonstration of the coherence between the teaching methodologies and the learning outcomes.**

***The teaching methodology allows the fulfillment of the intended learning outcomes, as well as the leveling of the knowledge of students with different backgrounds and formations.***

**9.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:**

***Variável (de acordo com os temas propostos).***

**Anexo II - Introdução à Informação e Computação Quânticas**

**9.4.1.1. Designação da unidade curricular:**

***Introdução à Informação e Computação Quânticas***

**9.4.1.1. Title of curricular unit:**

***Introduction to Quantum Information and Computation***

**9.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:**

***LogComp***

**9.4.1.3. Duração:**

***Semestral***

**9.4.1.4. Horas de trabalho:**

***168.0***

**9.4.1.5. Horas de contacto:**

***T 28, TP 21***

**9.4.1.6. ECTS:**

***6.0***

**9.4.1.7. Observações:**

***<sem resposta>***

**9.4.1.7. Observations:**

***<no answer>***

**9.4.2. Docente responsável e respetiva carga lectiva na unidade curricular (preencher o nome completo):***ist30513, Yasser Omar, 49h/T 28, TP 21***9.4.3. Outros docentes e respetivas cargas lectivas na unidade curricular:***<sem resposta>***9.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):***Dominar os conceitos essenciais e as propriedades da Informação Quântica, assim como o seu potencial para o processamento, transmissão e aquisição de informação.**Compreender o entrelaçamento quântico e as suas aplicações.**Dominar os diferentes paradigmas de Computação Quântica e de algoritmos quânticos, e desenvolver a implementação de algoritmos em computadores quânticos online.***9.4.4. Learning outcomes of the curricular unit:***Understanding the essential concepts and properties of Quantum Information, as well as its potential for information processing, transmission and acquisition.**Understanding quantum entanglement and its applications.**Understanding the different Quantum Computing paradigms and quantum algorithms, and developing the implementation of algorithms in online quantum computers.***9.4.5. Conteúdos programáticos:***1. Breve Introdução à Informação Clássica.**2. Informação Quântica: sistemas e estados, postulados, representação de Bloch, misturas quânticas, ruído e perda de coerência, Teorema de No-cloning, medições generalizadas e distinção de estados quânticos.**3. Entrelaçamento (entanglement): o problema EPR, desigualdades de Bell, decomposição de Schmidt, entropia de von Neumann, teletransporte, purificação, repetidores quânticos, internet quântica.**4. Computação Quântica Digital: circuitos digitais quânticos e universalidade, algoritmos quânticos e implementações em clouds quânticas: algoritmos de Deutsch, Deutsch-Josza, Grover, Shor, quantum machine learning, etc., códigos correctores de erros quânticos, validação, benchmarking, e complexidade.**5. Outros Modelos de Computação Quântica: computação quântica adiabática, measurement-based quantum computing, estados grafo, passeios quânticos, simulação quântica.**6. Conclusões e desafios actuais em Informação e Computação Quânticas.***9.4.5. Syllabus:***1. Brief Introduction to Classical Information.**2. Quantum information: systems and states, postulates, Bloch representation, quantum mixtures, noise and loss of coherence, No-cloning theorem, generalized measurements and quantum state discrimination.**3. Entanglement: the EPR problem, Bell inequalities, Schmidt decomposition, von Neumann entropy, teleportation, purification, quantum repeaters, the quantum internet.**4. Digital Quantum Computing: quantum digital circuits and universality, quantum algorithms and implementations in quantum clouds: algorithms of Deutsch, Deutsch-Josza, Grover, Shor, quantum machine learning, etc., quantum error correcting codes, validation, benchmarking, and complexity.**5. Other Quantum Computing Models: adiabatic quantum computing, measurement-based quantum computing, graph states, quantum walks, quantum simulation.**6. Conclusions and current challenges in Quantum Information and Computing.***9.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular***Atendendo aos objetivos de aprendizagem da UC, descritos em 4, é possível constatar que todos os pontos dos conteúdos programáticos, descritos em 5, visam dotar os alunos com os conhecimentos e competências necessários ao seu cumprimento e à aquisição dos referidos objetivos.***9.4.6. Demonstration of the syllabus coherence with the curricular unit's learning objectives.**

**Taking into account the objectives of the course described in 4, it is possible to observe that all the topics described in 5 aim at giving the students the knowledge and the skills for attaining the aims.**

**9.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):**

**As metodologias de ensino pretendem fomentar a aprendizagem baseada em resolução de problemas e por projectos, reforçando-se a componente prática, a aprendizagem, activa, o trabalho autónomo e a responsabilização do estudante. O ensino é interactivo, privilegiando a participação nas aulas e a avaliação contínua. O método de avaliação é constituído por: participação nas aulas, incluindo séries semanais de problemas (30%) + exame final (40%) + apresentação e discussão de um tópico/artigo científico no âmbito da UC (30%).**

**9.4.7. Teaching methodologies (including evaluation):**

**The teaching methodologies aim to promote learning based on problem solving and projects, reinforcing the practical component, active learning, autonomous work and student accountability. The teaching is interactive, promoting class participation and continuous evaluation. The evaluation method consists of: participation in classes, including weekly problems sets (30%) + final exam (40%) + presentation and discussion of a scientific topic/article within the context of the course (30%).**

**9.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular.**

**A metodologia de ensino basear-se-á na transferência de conceitos, resultados e aplicações através da utilização intensiva de aulas de demonstração e exercícios. Esta abordagem permitirá não só cumprir os objetivos como aprofundar os conhecimentos dos estudantes.**

**9.4.8. Demonstration of the coherence between the teaching methodologies and the learning outcomes.**

**The strategy is to provide the concepts, results, techniques and applications through intensive lectures and classes involving proofs and exercises. In this way, we hope to increase the knowledge of the students in the target subjects.**

**9.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:**

**Quantum Computation and Quantum Information, M. Nielsen, I. Chuang, 2011, Cambridge University Press ; Quantum Information Theory, , (, Mark M. Wilde, 2013, Cambridge University Press**

**Anexo II - Geometria Diferencial de Curvas e Superfícies**

**9.4.1.1. Designação da unidade curricular:**

**Geometria Diferencial de Curvas e Superfícies**

**9.4.1.1. Title of curricular unit:**

**Differential Geometry of Curves and Surfaces**

**9.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:**

**Geom**

**9.4.1.3. Duração:**

**Semestral**

**9.4.1.4. Horas de trabalho:**

**168.0**

**9.4.1.5. Horas de contacto:**

**TP - 49.0**

**9.4.1.6. ECTS:**

**6.0**

**9.4.1.7. Observações:**

**<sem resposta>**

**9.4.1.7. Observations:**

<no answer>

9.4.2. Docente responsável e respetiva carga lectiva na unidade curricular (preencher o nome completo):  
*ist424145, Leonardo Magalhães Macarini, 49h/TP*

9.4.3. Outros docentes e respetivas cargas lectivas na unidade curricular:  
<sem resposta>

9.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):  
*Familiarizar os alunos com os conceitos fundamentais de geometria diferencial de curvas e superfícies no espaço Euclidiano, com ênfase no cálculo em exemplos concretos.*

9.4.4. Learning outcomes of the curricular unit:  
*Familiarize the students with the fundamental concepts of differential geometry of curves and surfaces in the Euclidean space, with emphasis on the computation in concrete examples.*

9.4.5. Conteúdos programáticos:  
*Curvas parametrizadas. Curvas no espaço: curvatura e torção; triedro de Frenet; existência e unicidade de curvas com curvatura e torção prescritas. Propriedades globais de curvas no plano: desigualdade isoperimétrica e o teorema dos quatro vértices. Superfícies no espaço Euclidiano 3-dimensional. Plano tangente e aplicações suaves entre superfícies. A primeira forma fundamental; área. A aplicação normal de Gauss. A segunda forma fundamental. Curvaturas principais; curvaturas Gaussiana e média; linhas de curvatura. A aplicação normal de Gauss em coordenadas. Cálculo em exemplos clássicos. Geometria intrínseca de superfícies. Isometrias e aplicações conformes. O teorema de Gauss e as equações de compatibilidade. Transporte paralelo; geodésicas. Cálculo das geodésicas em superfícies de revolução; o integral de Clairaut. O teorema de Gauss-Bonnet e aplicações.*

*Tópicos opcionais e/ou adicionais: formas diferenciais e sua aplicação à geometria diferencial de superfícies.*

9.4.5. Syllabus:  
*Parametrized curves. Curves in the space: curvature and torsion; Frenet frame; existence and uniqueness of curves with prescribed curvature and torsion. Global properties of plane curves: the isoperimetric inequality and the four-vertex theorem. Surfaces in the 3-dimensional Euclidean space. Tangent plane and smooth maps between surfaces. The first fundamental form; area. The Gauss map. The second fundamental form. Principal curvatures; Gaussian and mean curvatures; curvature lines. The Gauss map in local coordinates. Computation in classical examples. The intrinsic geometry of surfaces. Isometries and conformal maps. The Gauss theorem and the equations of compatibility. Parallel transport; geodesics. Computation of geodesics in surfaces of revolution; Clairaut integral. The Gauss-Bonnet theorem and its applications.*

*Additional/optional topics: differential forms and their application to the differential geometry of surfaces.*

9.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular  
*Atendendo aos objetivos de aprendizagem da UC, descritos em 4, é possível constatar que todos os pontos dos conteúdos programáticos, descritos em 5, visam dotar os alunos com os conhecimentos e competências necessários ao seu cumprimento e à aquisição dos referidos objetivos.*

9.4.6. Demonstration of the syllabus coherence with the curricular unit's learning objectives.  
*Taking into account the objectives of the course described in 4, it is possible to observe that all the topics described in 5 aim at giving the students the knowledge and the skills for attaining the aims.*

9.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):  
*As metodologias de ensino pretendem fomentar a aprendizagem baseada em resolução de problemas e por projectos, reforçando-se a componente prática, a aprendizagem, activa, o trabalho autónomo e a responsabilização do estudante. O modelo de avaliação incorpora Séries de Exercícios e/ou Exame Final, eventualmente complementados com exposições orais.*

9.4.7. Teaching methodologies (including evaluation):  
*The teaching methodologies aim to promote learning based on problem solving and projects, reinforcing the practical component, active learning, autonomous work and student accountability. The assessment model incorporates Series of Exercises and/or Final Exam, possibly complemented by oral expositions.*

**9.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular.**

*A metodologia de ensino basear-se-á na transferência de conceitos, resultados e aplicações através da utilização intensiva de aulas de demonstração e exercícios. Esta abordagem permitirá não só cumprir os objetivos como aprofundar os conhecimentos dos estudantes.*

**9.4.8. Demonstration of the coherence between the teaching methodologies and the learning outcomes.**

*The strategy is to provide the concepts, results, techniques and applications through intensive lectures and classes involving proofs and exercises. In this way, we hope to increase the knowledge of the students in the target subjects.*

**9.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:**

*Differential Geometry of Curves and Surfaces, M. P. do Carmo, 1976, Prentice Hall; A Comprehensive Introduction to Differential Geometry, vol. 3, M. Spivak, 1979, Publish or Perish; Foundations of Differential Geometry, S. Kobayashi and K. Nomizu, 1996, Wiley - Interscience; Curves and Surfaces, S. Montiel and A. Ros, 2006, Graduate Studies in Mathematics, vol. 69, AMS; Differential Forms and Applications: , . Springer Verlag., M. P. do Carmo, 1994, Springer Verlag*

**Anexo II - Mecânica Quântica Matemática****9.4.1.1. Designação da unidade curricular:**

*Mecânica Quântica Matemática*

**9.4.1.1. Title of curricular unit:**

*Mathematical Quantum Mechanics*

**9.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:**

*FM*

**9.4.1.3. Duração:**

*Semestral*

**9.4.1.4. Horas de trabalho:**

*168.0*

**9.4.1.5. Horas de contacto:**

*TP - 49.0*

**9.4.1.6. ECTS:**

*6.0*

**9.4.1.7. Observações:**

*<sem resposta>*

**9.4.1.7. Observations:**

*<no answer>*

**9.4.2. Docente responsável e respetiva carga lectiva na unidade curricular (preencher o nome completo):**

*ist24821, Ricardo Pina Schiappa de Carvalho, 49h/TP*

**9.4.3. Outros docentes e respetivas cargas lectivas na unidade curricular:**

*<sem resposta>*

**9.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):**

*Introduzir diversos tópicos matemáticos em mecânica quântica, com destaque para aspectos não-perturbativos e o papel de diferentes tipos de simetrias.*

**9.4.4. Learning outcomes of the curricular unit:**

**Introduce several mathematical topics in quantum mechanics, with emphasis on non-perturbative aspects and the role of different types of symmetries.**

#### 9.4.5. Conteúdos programáticos:

**Princípios Básicos:** Operadores, espaço de Hilbert, quantização, observáveis, probabilidade; Função de onda, eq. Schroedinger; Osciladores bosónicos, grassmannianos, super/conformes; Índice de Witten; Potenciais elípticos; Estados ligados vs dispersão; Integral de Feynman, propagadores.

**Simetrias:** Teorema de Wigner, operadores auto-adjuntos, teoria espectral; Momento angular; Representações, estatísticas quânticas; Adição de momentos angulares; Grupos quânticos. **Resurgência e Somabilidade:** Teoria de perturbações; Instantões, efeito-de-túnel; Poços múltiplos; Aproximação WKB complexa/exacta; Somabilidade de Borel, ressurgência, trans-séries.

**Coerência & Decoerência:** EPR, entrelaçamento quântico; Estados coerentes; Decoerência; Transição quântico-para-clássico; Informação quântica, caos quântico, buracos negros.

**Quantização:** Constrangimentos de Dirac; Eq. Schroedinger, osciladores, dispersão; Transformações de Bogoliubov; Quantização geométrica, por deformação; Geometria não-comutativa.

#### 9.4.5. Syllabus:

**Basic Principles:** Operators, Hilbert space, quantization, observables, probability; Wave function, Schroedinger eq.; Bosonic, grassmannian, super/conformal oscillators; Witten index; Elliptic potentials; Bound-states vs scattering; Feynman integral, propagators.

**Symmetries:** Wigner's theorem, self-adjoint operators, spectral theory; Angular momentum; Representations, quantum statistics; Addition of angular momenta; Quantum groups.

**Resurgence and Summability:** Perturbation theory; Instantons, tunneling; Multiple wells; Complex/exact WKB approximation; Borel summability, resurgence, transseries.

**Coherence & Decoherence:** EPR, quantum entanglement; Coherent states; Decoherence; Quantum-to-classical transition; Quantum information, quantum chaos, black holes.

**Quantization:** Dirac constraints; Schroedinger eq., oscillators, scattering; Bogoliubov transformations; Geometric, deformation quantization; Non-commutative geometry.

#### 9.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular

**Atendendo aos objetivos de aprendizagem da UC, descritos em 4, qualquer especialista na matéria poderá constatar que todos os pontos dos conteúdos programáticos, descritos em 5, visam dotar os alunos com os conhecimentos e competências necessárias ao seu cumprimento e à aquisição dos referidos objetivos.**

#### 9.4.6. Demonstration of the syllabus coherence with the curricular unit's learning objectives.

**In view of the learning objectives of the CU, described in 4, any specialist in the subject will be able to verify that all points of the syllabus, described in 5, aim to provide students with the knowledge and skills necessary for their fulfillment and the acquisition of those objectives.**

#### 9.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

**As metodologias de ensino pretendem fomentar a aprendizagem baseada em resolução de problemas e por projectos, reforçando-se a componente prática, a aprendizagem, activa, o trabalho autónomo e a responsabilização do estudante. O modelo de avaliação incorpora Avaliação contínua e projecto/ou exame final.**

#### 9.4.7. Teaching methodologies (including evaluation):

**The teaching methodologies aim to promote learning based on problem solving and projects, reinforcing the practical component, active learning, autonomous work and student accountability. The assessment model incorporates Periodic problem sets and project/or final exam.**

#### 9.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular.

**A metodologia de ensino basear-se-á na transferência de conceitos teóricos através da utilização intensiva de aulas de problemas e trabalhos de casa. Esta abordagem permitirá não só cumprir os objetivos como auxiliará o nivelamento do conhecimento de estudantes com diferentes proveniências e formações.**

#### 9.4.8. Demonstration of the coherence between the teaching methodologies and the learning outcomes.

**The teaching methodology will be based on the transfer of theoretical concepts through the intensive use of problem classes and homework. This approach will not only fulfill the objectives, but will also help to level the knowledge of students with different backgrounds and backgrounds.**

#### 9.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:

**Introduction to Quantum Groups, M. CHAICHIAN and A. DEMICHEV, 1996, World Scientific Publishing; Symmetries in Quantum Mechanics: From Angular Momentum to Supersymmetry, Masud CHAICHIAN and Rolf HAGEDORN, 1998, IOP**

*Publishing; Supersymmetry and Quantum Mechanics, Fred COOPER, Avinash KHARE and Uday SUKHATME, 1995, Physics Reports 251, 267-385; Lectures on Quantum Mechanics, Paul A.M. DIRAC, 1964, Dover Publications; Quantum Theory for Mathematicians, Brian C. HALL, 2013, Springer; Quantum Mechanics: A New Introduction, Kenichi KONISHI and Giampiero PAFFUTI, 2009, Oxford University Press; Instantons and Large N, Marcos MARIÑO, 2015, Cambridge University Press; Generalized Coherent States and Their Applications, Askold PERELOMOV, 1986, Springer Verlag; Quantum Mechanics for Mathematicians, Leon A. TAKHTAJAN, 2008, American Mathematical Society; Decoherence, Einselection, and the Quantum Origins of the Classical, Wojciech Hubert ZUREK, 2003, Reviews of Modern Physics 75, 715-775*

## Anexo II - Métodos Numéricos para Equações Diferenciais Ordinárias

### 9.4.1.1. Designação da unidade curricular:

*Métodos Numéricos para Equações Diferenciais Ordinárias*

### 9.4.1.1. Title of curricular unit:

*Numerical Methods for Ordinary Differential Equations*

### 9.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:

*ANAA*

### 9.4.1.3. Duração:

*Semestral*

### 9.4.1.4. Horas de trabalho:

*168.0*

### 9.4.1.5. Horas de contacto:

*TP - 49.0*

### 9.4.1.6. ECTS:

*6.0*

### 9.4.1.7. Observações:

*<sem resposta>*

### 9.4.1.7. Observations:

*<no answer>*

### 9.4.2. Docente responsável e respetiva carga lectiva na unidade curricular (preencher o nome completo):

*ist12846, Pedro Miguel Rita da Trindade e Lima, 49h/TP*

### 9.4.3. Outros docentes e respetivas cargas lectivas na unidade curricular:

*<sem resposta>*

### 9.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

*Adquirir conhecimentos teóricos e competências práticas na aproximação numérica de equações diferenciais ordinárias, com ênfase em problemas singulares e em métodos de aceleração de convergência.*

### 9.4.4. Learning outcomes of the curricular unit:

*To provide theoretical knowledge and skill s on the numerical approximation of ODEs with emphasis in singular problems and convergence acceleration.*

### 9.4.5. Conteúdos programáticos:

*Métodos computacionais para problemas de valores na fronteira e valores próprios: aplicações em Física; Redução a equações integrais. Métodos de colocação. Métodos espectrais. Métodos de diferenças finitas e espectrais para problemas de valores próprios. Métodos assintóticos e problemas singulares: classificação de singularidades, desenvolvimentos assintóticos em*

*torno das singularidades, formulação das condições de fronteira no caso de singularidades.*

*Problemas singularmente perturbados: comportamento analítico das soluções, problemas de valores na fronteira de segunda ordem.*

*Aceleração de convergência: desenvolvimentos assintóticos do erro, extrapolação de Richardson e suas generalizações.*

#### 9.4.5. Syllabus:

*Boundary Value and Eigenvalue Problems: Applications in physics; Reducing to integral equations; Collocation methods . Spectral methods; Finite difference and spectral methods for eigenvalue problems.*

*Singular Problems and Asymptotic Methods: Classification of singularities; Asymptotic expansions near regular singularities. Correct statement of the boundary conditions at singularities.*

*Singularly Perturbed Problems: Analytic behavior of solutions; Second order boundary value problems. Convergence Acceleration: Asymptotic error expansions; Richardson extrapolation and its generalizations.*

#### 9.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular

*Atendendo aos objetivos de aprendizagem da UC, descritos em 4, é possível constatar que todos os pontos dos conteúdos programáticos, descritos em 5, visam dotar os alunos com os conhecimentos e competências necessários ao seu cumprimento e à aquisição dos referidos objetivos.*

#### 9.4.6. Demonstration of the syllabus coherence with the curricular unit's learning objectives.

*Taking into account the objectives of the course described in 4, it is possible to observe that all the topics described in 5 aim at giving the students the knowledge and the skills for attaining the aims.*

#### 9.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

*As metodologias de ensino pretendem fomentar a aprendizagem baseada em resolução de problemas e por projectos, reforçando-se a componente prática, a aprendizagem, activa, o trabalho autónomo e a responsabilização do estudante. O modelo de avaliação incorpora Trabalhos computacionais, complementados com discussão oral.*

#### 9.4.7. Teaching methodologies (including evaluation):

*The teaching methodologies aim to promote learning based on problem solving and projects, reinforcing the practical component, active learning, autonomous work and student accountability. The assessment model incorporates computational works, complemented with oral evaluation.*

#### 9.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular.

*A metodologia de ensino basear-se-á na transferência de conceitos, resultados e aplicações através da utilização intensiva de aulas de demonstração e exercícios. Esta abordagem permitirá não só cumprir os objetivos como aprofundar os conhecimentos dos estudantes.*

#### 9.4.8. Demonstration of the coherence between the teaching methodologies and the learning outcomes.

*The strategy is to provide the concepts, results, techniques and applications through intensive lectures and classes involving proofs and exercises. In this way, we hope to increase the knowledge of the students in the target subjects.*

#### 9.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:

*Numerical Methods for Differential Equations, John R. Dormand, 1996, CRC Press, Boca Raton; Solving Ordinary Differential Equations, E. Hairer, S.P. Norsett and G.Wanner, 1993, 2nd eds, Toms 1,2, Springer Verlag; Numerical Solution of Two-point Boundary-value Problems, H.B.Keller, 1976, Dover Publ., New York; Asymptotic Analysis, Fedoriuk, 1993, Springer Verlag; Extrapolation methods, theory and practice, C. Brezinski and M.Redivo-Zaglia, 1991, North-Holland, Amsterdam; Difference Methods and Their Extrapolation, G.I.Marchuk and V.V.Shaidurov, 1983, Springer*

## Anexo II - Fundamentos de Lógica e Teoria da Computação

### 9.4.1.1. Designação da unidade curricular:

*Fundamentos de Lógica e Teoria da Computação*

### 9.4.1.1. Title of curricular unit:

*Foundations of Logic and Theory of Computation*

### 9.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:

*LogComp*

**9.4.1.3. Duração:****Semestral****9.4.1.4. Horas de trabalho:****252.0****9.4.1.5. Horas de contacto:****TP - 70.0****9.4.1.6. ECTS:****9.0****9.4.1.7. Observações:****<sem resposta>****9.4.1.7. Observations:****<no answer>****9.4.2. Docente responsável e respetiva carga lectiva na unidade curricular (preencher o nome completo):*****ist12466, Maria Cristina Sales Viana Serôdio Sernadas, 35h/TP*****9.4.3. Outros docentes e respetivas cargas lectivas na unidade curricular:*****ist14184, João Filipe Quintas dos Santos Rasga, 35h/TP*****9.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):*****Perceber a teoria da demonstração associada às teorias de primeira ordem. Apreender técnicas para mostrar eliminação de quantificadores e decidibilidade.*****9.4.4. Learning outcomes of the curricular unit:*****Understand proof theory for first-order logic theories. Learn techniques for proving quantifier elimination and decidability of theories. Learn about combination of first-order theories and preservation results for decidability.*****9.4.5. Conteúdos programáticos:*****Raciocínio sobre teorias em lógica de primeira ordem. Cálculo de Gentzen. Correção e completude usando conjuntos de Hintikka. Eliminação do corte. Interpolação de Craig. Decidibilidade de teorias: por via de eliminação de quantificadores computável, por via de redução, por completude, por eliminação de quantificadores, por via da categoricidade. Eliminação de quantificadores: técnica construtiva, embebimentos existenciais e modelos algebricamente primos, por via de proto-adjunção, por via de iteração. Combinação de teorias de primeira ordem: preservação da satisfazibilidade e da decidibilidade.*****9.4.5. Syllabus:*****Reasoning with first-order theories. Gentzen calculus. Soundness and completeness using Hintikka sets. Cut elimination and Craig interpolation. Sufficient conditions for the decidability of a theory: computable quantifier elimination, reduction, completeness, quantifier elimination and categoricity. Elimination of quantifiers: symbolic and via algebraically prime models and existence embeddings, proto-adjunction and iteration. Combination of first-order theories: preservation of satisfiability and decidability.*****9.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular*****Atendendo aos objetivos de aprendizagem da UC, descritos em 4, é possível constatar que todos os pontos dos conteúdos programáticos, descritos em 5, visam dotar os alunos com os conhecimentos e competências necessários ao seu cumprimento e à aquisição dos referidos objetivos.*****9.4.6. Demonstration of the syllabus coherence with the curricular unit's learning objectives.*****Taking into account the objectives of the course described in 4, it is possible to observe that all the topics described in 5 aim at giving the students the knowledge and the skills for attaining the aims.*****9.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):**

***As metodologias de ensino pretendem fomentar a aprendizagem baseada em resolução de problemas e por projectos, reforçando-se a componente prática, a aprendizagem, activa, o trabalho autónomo e a responsabilização do estudante. O modelo de avaliação incorpora Exame/testes complementado com componente de avaliação contínua.***

**9.4.7. Teaching methodologies (including evaluation):**

***The teaching methodologies aim to promote learning based on problem solving and projects, reinforcing the practical component, active learning, autonomous work and student accountability. The assessment model incorporates Exam/tests, complemented with continuous evaluation components.***

**9.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular.**

***A metodologia de ensino basear-se-á na transferência de conceitos, resultados e aplicações através da utilização intensiva de aulas de demonstração e exercícios. Esta abordagem permitirá não só cumprir os objetivos como aprofundar os conhecimentos dos estudantes.***

**9.4.8. Demonstration of the coherence between the teaching methodologies and the learning outcomes.**

***The strategy is to provide the concepts, results, techniques and applications through intensive lectures and classes involving proofs and exercises. In this way, we hope to increase the knowledge of the students in the target subjects.***

**9.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:**

***Decidability of Logical Theories and Their Combination, J. Rasga and C. Sernadas, 2019, Springer (em publicação)***

**Anexo II - Controlo Ótimo Numérico**

**9.4.1.1. Designação da unidade curricular:**

***Controlo Ótimo Numérico***

**9.4.1.1. Title of curricular unit:**

***Numerical Optimal Control***

**9.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:**

***ANAA***

**9.4.1.3. Duração:**

***Semestral***

**9.4.1.4. Horas de trabalho:**

***252.0***

**9.4.1.5. Horas de contacto:**

***TP - 70.0***

**9.4.1.6. ECTS:**

***9.0***

**9.4.1.7. Observações:**

***<sem resposta>***

**9.4.1.7. Observations:**

***<no answer>***

**9.4.2. Docente responsável e respetiva carga lectiva na unidade curricular (preencher o nome completo):**

***ist90590, Jorge Filipe Duarte Tiago, 70h/TP***

**9.4.3. Outros docentes e respetivas cargas lectivas na unidade curricular:**

***<sem resposta>***

**9.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):**

*Capacidade para analisar problemas de controlo ótimo associados a equações diferenciais ordinárias e equações diferenciais parciais do tipo linear. Proficiência na derivação de condições de otimalidade de primeira e de segunda ordem.*

*Domínio de métodos numéricos utilizados para aproximar a solução de problemas de controlo ótimo.*

**9.4.4. Learning outcomes of the curricular unit:**

*Capacity to formulate well posed optimal control problems associated to ordinary differential equations and linear partial differential equations. Proficiency in deriving necessary and sufficient conditions for optimality.*

*Master standard numerical methods used to approximate the optimal solution of different types of control problems.*

**9.4.5. Conteúdos programáticos:**

*Problemas de controlo ótimo: terminologia e conceitos básicos. Análise de problemas de controlo de equações diferenciais ordinárias. Princípio do Máximo de Pontriagyn. Discretização do problema de valores na fronteira. Análise de convergência. A abordagem de discretização direta e o princípio da programação dinâmica no caso de problemas lineares quadráticos. Controlo por realimentação;*

*Controlo ótimo de problemas elípticos: existência de solução, método de tiro e métodos do tipo gradiente. Condições de otimalidade nos casos de controlo distribuído e controlo fronteiro. Discretização por elementos finitos (EF). Análise de erro. A abordagem directa: primeiro discretizar depois otimizar, vantagens e desvantagens;*

*Controlo ótimo da equação do calor. Condições de otimalidade. Discretização temporal e discretização espacial utilizando EF. Estimativas de erro;*

*Introdução ao controlo de EDP por realimentação.*

**9.4.5. Syllabus:**

*Optimal control problems: terminology and basic concepts. Well posedness of nonlinear control problems governed by ordinary differential equations. The Pontriagyn Maximum Principle. Discretization of the boundary value problem. Global error and convergence of the numerical scheme. The direct discretization approach and the principle of dynamic programming in the case of linear quadratic problems. Feedback control;*

*Optimal control problems governed by elliptic partial differential equations (PDEs): existence of solution, one shot approach versus gradient approaches. First and second order optimality conditions for distributed and boundary control. Finite Element (FE) based discretization. Error analysis. The direct approach: first discretize, then optimize, advantages and disadvantages;*

*Optimal control of the heat equation. Optimality conditions. The time stepping scheme and FE space discretization. Error estimates. Introduction to feedback control of PDEs.*

**9.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular**

*Atendendo aos objetivos de aprendizagem da UC, descritos em 4, é possível constatar que todos os pontos dos conteúdos programáticos, descritos em 5, visam dotar os alunos com os conhecimentos e competências necessários ao seu cumprimento e à aquisição dos referidos objetivos.*

**9.4.6. Demonstration of the syllabus coherence with the curricular unit's learning objectives.**

*Taking into account the objectives of the course described in 4, it is possible to observe that all the topics described in 5 aim at giving the students the knowledge and the skills for attaining the aims.*

**9.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):**

*As metodologias de ensino pretendem fomentar a aprendizagem baseada em resolução de problemas e por projectos, reforçando-se a componente prática, a aprendizagem, activa, o trabalho autónomo e a responsabilização do estudante. O modelo de avaliação incorpora Exame/testes, possivelmente com nota mínima, complementado com componente de avaliação contínua (70%). Trabalhos computacionais (30%). Eventual necessidade de discussão oral dos trabalhos, requerida para notas finais iguais ou superiores a 18.*

**9.4.7. Teaching methodologies (including evaluation):**

*The teaching methodologies aim to promote learning based on problem solving and projects, reinforcing the practical component, active learning, autonomous work and student accountability. The assessment model incorporates Exam/tests, subject to a minimum grade, complemented with continuous evaluation components (70%). Computational projects (30%). An oral discussion of the computational projects may be required and is mandatory for students with grades greater than or equal to 18.*

**9.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular.**

*A metodologia de ensino basear-se-á na transferência de conceitos, resultados e aplicações através da utilização intensiva de aulas de demonstração e exercícios. Esta abordagem permitirá não só cumprir os objetivos como aprofundar os conhecimento dos estudantes.*

**9.4.8. Demonstration of the coherence between the teaching methodologies and the learning outcomes.**

*The strategy is to provide the concepts, results, techniques and applications through intensive lectures and classes involving proofs and exercises. In this way, we hope to increase the knowledge of the students in the target subjects.*

**9.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:**

*Optimal Control of ODEs and DAEs, M. Gerdts, 2012, de Gruyter, [HYPERLINK "https://www.degruyter.com/view/product/119403"](https://www.degruyter.com/view/product/119403) \h ; Optimization with PDE Constraints. Mathematical Modelling: Theory and Applications, vol 23, M. Hinze, R. Pinnau, M. Ulbrich, S. Ulbrich, 2009, Springer, Dordrecht.; ptimal Control of Partial Differential Equations, F. Troltzsch,, 2010, Theory Methods and Applications, Graduate Studies in Mathematics, 2010, AMS*

**Anexo II - Teoria de Sistemas Dinâmicos****9.4.1.1. Designação da unidade curricular:**

*Teoria de Sistemas Dinâmicos*

**9.4.1.1. Title of curricular unit:**

*Dynamical Systems Theory*

**9.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:**

*EDSD*

**9.4.1.3. Duração:**

*Semestral*

**9.4.1.4. Horas de trabalho:**

*168.0*

**9.4.1.5. Horas de contacto:**

*TP - 49.0*

**9.4.1.6. ECTS:**

*6.0*

**9.4.1.7. Observações:**

*<sem resposta>*

**9.4.1.7. Observations:**

*<no answer>*

**9.4.2. Docente responsável e respetiva carga lectiva na unidade curricular (preencher o nome completo):**

*ist12881, Luís Manuel Gonçalves Barreira, 49h/TP*

**9.4.3. Outros docentes e respetivas cargas lectivas na unidade curricular:****9.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):**

*Dar uma introdução abrangente a tópicos fundamentais de sistemas dinâmicos, além dos já discutidos em Equações Diferenciais Ordinárias.*

**9.4.4. Learning outcomes of the curricular unit:**

*Give a broad introduction to fundamental topics of dynamical systems, in addition to those already discussed in Ordinary Differential Equations.*

**9.4.5. Conteúdos programáticos:**

**Noções básicas:** sistema dinâmico, rotações da circunferência, equações diferenciais autónomas e fluxos, transformações expansoras, automorfismos do toro.

**Dinâmica topológica:** conjuntos limite, transitividade e mistura topológicas, entropia topológica, transformações expansoras, automorfismos hiperbólicos do toro.

**Dinâmica unidimensional:** difeomorfismos da circunferência, número de rotação, pontos periódicos, conjugação topológica, teorema de Denjoy, transformações do intervalo, ordem de Sharkovsky.

**Dinâmica hiperbólica:** conjuntos hiperbólicos, cones invariantes, variedades estáveis e instáveis, ferraduras de Smale, estrutura produto, fluxos geodésicos.

**Dinâmica simbólica:** desvios, cadeias de Markov topológicas, transitividade topológica, entropia topológica.

**Teoria ergódica:** medidas invariantes, exemplos com medida de Lebesgue, transformação de Gauss, teorema de recorrência de Poincaré, entropia métrica.

#### 9.4.5. Syllabus:

**Basic notions:** dynamical system, rotations of the circle, autonomous differential equations and flows, expanding transformations, toral automorphisms.

**Topological dynamics:** limit sets, topological transitivity and topological mixing, topological entropy, expanding transformations, hyperbolic toral automorphisms.

**Dimensional dynamics:** diffeomorphisms of the circle, rotation number, topological conjugacy, Denjoy's theorem, interval maps, Sharkovsky's order.

**Hyperbolic dynamics:** hyperbolic sets, invariant cones, stable and unstable manifolds, Smale horseshoes, product structure, geodesic flows.

**Symbolic dynamics:** shifts, topological Markov chains, topological transitivity, topological entropy.

**Ergodic theory:** invariant measures, examples with Lebesgue measure, Gauss map, Poincaré's recurrence theorem and applications, metric entropy.

9.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular *Atendendo aos objetivos de aprendizagem da UC, descritos em 4, os pontos dos conteúdos programáticos, descritos em 5, visam dotar os alunos dos conhecimentos e das competências necessários ao seu cumprimento e portanto à concretização dos referidos objetivos.*

9.4.6. Demonstration of the syllabus coherence with the curricular unit's learning objectives.

*Taking into account the learning objectives of the UC, described in 4, the points in the programmatic content, described in 5, intend to give the students the knowledge and competence that are necessary for their fulfillment and so to attain those same objectives.*

9.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

*As metodologias de ensino pretendem fomentar a aprendizagem baseada em resolução de problemas e por projectos, reforçando-se a componente prática, a aprendizagem, activa, o trabalho autónomo e a responsabilização do estudante. O modelo de avaliação incorpora Séries de Exercícios e/ou Exame Final, eventualmente complementados com exposições orais.*

9.4.7. Teaching methodologies (including evaluation):

*The teaching methodologies aim to promote learning based on problem solving and projects, reinforcing the practical component, active learning, autonomous work and student accountability. The assessment model incorporates Series of Exercises and/or Final Exam, eventually complemented with oral expositions.*

9.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular.

*A metodologia de ensino basear-se-á na transferência de conceitos teóricos e práticos através de aulas teóricas e de resolução de problemas. Esta abordagem, com avaliação por séries de exercícios e/ou exame final, eventualmente complementados com exposições orais, permitirá cumprir os objetivos da UC, bem como dotar os alunos de uma formação relevante na área.*

9.4.8. Demonstration of the coherence between the teaching methodologies and the learning outcomes.

**The teaching method shall be based on the transfer of theoretical and practical concepts through theoretical classes and classes of resolution of problems. This approach, with evaluation by series of exercises and/or final exam, eventually complemented with oral expositions, will allow to fulfill the objectives of the UC, as well as to give the students a relevant education in the area.**

**9.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:**

***Sistemas Dinâmicos: Uma Introdução, L. Barreira e C. Valls, 2012, IST Press.***

***Introduction to Dynamical Systems, M. Brin e G. Stuck, 2002, Cambridge University Press.***

***A Moderna Teoria de Sistemas Dinâmicos, A. Katok e B. Hasselblatt, 2005, Fundação Gulbenkian.***

***Dynamical Systems and Ergodic Theory, M. Pollicott e M. Yuri, 1998, Cambridge University Press.***

***An Introduction to the Theory of Smooth Dynamical Systems, W. Szlenk, 1984, Wiley.***

**Anexo II - Projecto em Modelação Matemática**

**9.4.1.1. Designação da unidade curricular:**

***Projecto em Modelação Matemática***

**9.4.1.1. Title of curricular unit:**

***Project in Mathematical Modeling***

**9.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:**

***CT***

**9.4.1.3. Duração:**

***Semestral***

**9.4.1.4. Horas de trabalho:**

***168.0***

**9.4.1.5. Horas de contacto:**

***S 28, OT 14***

**9.4.1.6. ECTS:**

***6.0***

**9.4.1.7. Observações:**

***<sem resposta>***

**9.4.1.7. Observations:**

***<no answer>***

**9.4.2. Docente responsável e respetiva carga lectiva na unidade curricular (preencher o nome completo):**

***Cláudia Rita Ribeiro Coelho Nunes Philippart, 42h/S 28, OT 14***

**9.4.3. Outros docentes e respetivas cargas lectivas na unidade curricular:**

***<sem resposta>***

**9.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):**

***Aplicar matemática para resolver problemas do mundo real.***

**9.4.4. Learning outcomes of the curricular unit:**

***Apply mathematics to solve real-world problems.***

**9.4.5. Conteúdos programáticos:**

*Desenvolver um projecto onde se aplique matemática a um problema do mundo real de uma das seguintes áreas: matemática industrial, optimização, estatística e sistemas computacionais. Preferencialmente, o problema é posto por um parceiro da indústria ou serviços e a abordagem a este é orientada por um docente. O trabalho do projecto deve ser feito em equipa sendo o modelo matemático proposto pelos alunos. O projecto deve incluir uma componente de programação para simulação do projecto.*

**9.4.5. Syllabus:**

*Develop a project where mathematics is applied to solve a real world problem from one of the following areas: industrial mathematics, optimization, statistics or computer systems. Preferably, an industry or services partner poses the problem, while a faculty member supervises the approach to the problem. The project work is to be done in teams and the students must propose the mathematical model. In most cases, the project should include the development of computer programs for simulations.*

**9.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular**  
*Atendendo aos objetivos de aprendizagem da UC, descritos em 4, é possível constatar que todos os pontos dos conteúdos programáticos, descritos em 5, visam dotar os alunos com os conhecimentos e competências necessários ao seu cumprimento e à aquisição dos referidos objetivos.*

**9.4.6. Demonstration of the syllabus coherence with the curricular unit's learning objectives.**

*Taking into account the objectives of the course described in 4, it is possible to observe that all the topics described in 5 aim at giving the students the knowledge and the skills for attaining the aims.*

**9.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):**

*As metodologias de ensino pretendem fomentar a aprendizagem baseada em resolução de problemas e por projectos, reforçando-se a componente prática, a aprendizagem, activa, o trabalho autónomo e a responsabilização do estudante. O modelo de avaliação incorpora elementos de avaliação contínua no âmbito da aprendizagem ativa (p. ex, projectos, trabalhos de casa, fichas, etc) compatível com a redução significativa do peso de avaliação por exames (≤50%).*

**9.4.7. Teaching methodologies (including evaluation):**

*The teaching methodologies aim to promote learning based on problem solving and projects, reinforcing the practical component, active learning, autonomous work and student accountability. The assessment model incorporates elements of continuous assessment in the context of active learning (eg, projects, homework, worksheets, etc.) compatible with the significant reduction of evaluation by exams (≤50%).*

**9.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular.**

*A metodologia de ensino basear-se-á na transferência de conceitos, resultados e aplicações através da utilização intensiva de aulas de demonstração e exercícios. Esta abordagem permitirá não só cumprir os objetivos como aprofundar os conhecimento dos estudantes.*

**9.4.8. Demonstration of the coherence between the teaching methodologies and the learning outcomes.**

*The strategy is to provide the concepts, results, techniques and applications through intensive lectures and classes involving proofs and exercises. In this way, we hope to increase the knowledge of the students in the target subjects.*

**9.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:**

*Variável consoante o projecto.*

**Anexo II - Modelação Matemática e Aplicações**

**9.4.1.1. Designação da unidade curricular:**

*Modelação Matemática e Aplicações*

**9.4.1.1. Title of curricular unit:**

*Mathematical Modelling and Applications*

**9.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:**

*ANAA*

**9.4.1.3. Duração:*****Semestral*****9.4.1.4. Horas de trabalho:*****252.0*****9.4.1.5. Horas de contacto:*****TP - 70.0*****9.4.1.6. ECTS:*****9.0*****9.4.1.7. Observações:*****<sem resposta>*****9.4.1.7. Observations:*****<no answer>*****9.4.2. Docente responsável e respetiva carga lectiva na unidade curricular (preencher o nome completo):*****ist13253, Maria Teresa Romazinho Marques Diogo, 70h/TP*****9.4.3. Outros docentes e respetivas cargas lectivas na unidade curricular:*****<sem resposta>*****9.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):*****Adquirir conhecimentos sobre a modelação matemática de fenómenos físicos e sobre aspectos numéricos/computacionais associados.******Interpretar resultados numéricos/computacionais e o correspondente significado físico.*****9.4.4. Learning outcomes of the curricular unit:*****Acquire knowledge about mathematical modeling of physical phenomena and associated numerical and computational aspects. Interpret numerical/computational results and the corresponding physical meaning.*****9.4.5. Conteúdos programáticos:*****Modelos fundamentais da física-matemática (equações de Poisson, Calor e Ondas).******A disciplina funciona em dois ou três módulos, incluindo alguns dos temas:******- Modelos populacionais e biomédicos com equações integrais de Volterra.******- Modelos matemáticos em neurociência.******- Processamento de imagem com equações diferenciais parciais.******- Leis constitutivas. Modelos de fluidos newtonianos e não-newtonianos. Modelos da elasticidade.*****9.4.5. Syllabus:*****Fundamental models from mathematical physics (Poisson, Heat and Wave equations).******The course is based in two or three modules, that include some of the themes:******- Volterra integral equations in population and biomedical models.******- Mathematical models in neuroscience.******- Image processing with partial differential equations.******- Constitutive laws. Newtonian and non-Newtonian fluid models. Elasticity models.*****9.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular*****Atendendo aos objetivos de aprendizagem da UC, descritos em 4, é possível constatar que todos os pontos dos conteúdos programáticos, descritos em 5, visam dotar os alunos com os conhecimentos e competências necessários ao seu cumprimento e à aquisição dos referidos objetivos.*****9.4.6. Demonstration of the syllabus coherence with the curricular unit's learning objectives.*****Taking into account the objectives of the course described in 4, it is possible to observe that all the topics described in 5 aim at giving the students the knowledge and the skills for attaining the aims.***

**9.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):**

*As metodologias de ensino pretendem fomentar a aprendizagem baseada em resolução de problemas e por projectos, reforçando-se a componente prática, a aprendizagem, activa, o trabalho autónomo e a responsabilização do estudante. A avaliação é efectuada por média da classificação dos módulos disponíveis, sujeitos a nota mínima. A avaliação consiste numa componente contínua (não inferior a 50%) teórica ou computacional.*

**9.4.7. Teaching methodologies (including evaluation):**

*The teaching methodologies aim to promote learning based on problem solving and projects, reinforcing the practical component, active learning, autonomous work and student accountability. The assessment model incorporates 50 % - Written exam/tests (possibly complemented with periodic assignments); 50% - Computational project. Possible need for project oral discussion, in case of final grades being equal to, or above, 18.*

**9.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular.**

*A metodologia de ensino basear-se-á na transferência de conceitos, resultados e aplicações através da utilização intensiva de aulas de demonstração e exercícios. Esta abordagem permitirá não só cumprir os objetivos como aprofundar os conhecimentos dos estudantes.*

**9.4.8. Demonstration of the coherence between the teaching methodologies and the learning outcomes.**

*The strategy is to provide the concepts, results, techniques and applications through intensive lectures and classes involving proofs and exercises. In this way, we hope to increase the knowledge of the students in the target subjects.*

**9.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:**

*Solving Numerical PDEs: Problems, Applications, Exercises. , L. Formaggia, F. Saleri, A. Veneziani , 2012, Springer-Verlag; Industrial Mathematics, A. Friedman, W. Littman, 1994, SIAM; Collocation methods for Volterra integral and related functional equations, H. Brunner, 2004, Cambridge University Press; Neural Fields - Theory and Applications, S. Coombes, P. Graben, R. Potthast, J. Wright , 2014, Springer; Partial Differential Equation Methods for Image Inpainting, C.B. Schönlieb , 2015, Cambridge Univ. Press*

**Anexo II - Análise Numérica****9.4.1.1. Designação da unidade curricular:**

*Análise Numérica*

**9.4.1.1. Title of curricular unit:**

*Numerical Analysis*

**9.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:**

*ANAA*

**9.4.1.3. Duração:**

*Semestral*

**9.4.1.4. Horas de trabalho:**

*168.0*

**9.4.1.5. Horas de contacto:**

*TP - 49.0*

**9.4.1.6. ECTS:**

*6.0*

**9.4.1.7. Observações:**

*<sem resposta>*

**9.4.1.7. Observations:**

*<no answer>*

**9.4.2. Docente responsável e respetiva carga lectiva na unidade curricular (preencher o nome completo):**

*ist12831, Carlos José Santos Alves, 49h/TP*

**9.4.3. Outros docentes e respetivas cargas lectivas na unidade curricular:**

*<sem resposta>*

**9.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):**

*Complementar o conhecimento de análise numérica, nas componentes de ajustamento de dados ou funções, por interpolação e minimização, aproximação de funcionais (diferenciação e integração), e nas componentes da resolução de equações diferenciais ordinárias. Aplicar a teoria a diversos problemas científicos e de engenharia. Desenvolver projectos computacionais sobre o tema, com aplicações.*

**9.4.4. Learning outcomes of the curricular unit:**

*To complement the knowledge in numerical analysis, concerning the approximation of functions and data fitting, by interpolation and minimization, functional approximation (differentiation and integration), and on the resolution of ordinary differential equation. Apply the theory to several scientific and engineering problems. Develop computational projects on the subject, with applications.*

**9.4.5. Conteúdos programáticos:**

*Interpolação de Hermite. Interpolação por splines. Interpolação complexa e trigonométrica - Transformada de Fourier Discreta (DFT e FFT). Regularização de dados por filtros, derivação generalizada e Delta de Dirac, convolução. Aproximação de funcionais - diferenciação e integração. Ortogonalidade em espaços funcionais. Polinómios ortogonais e fórmulas de integração de Gauss. Melhor aproximação uniforme - minimax. Teorema de Chebyshev e Algoritmo de Remez. Problemas iniciais em equações diferenciais - Métodos Runge-Kutta em Tabelas de Butcher. Métodos multipasso - Adams. A-estabilidade, zero-estabilidade, consistência e convergência global. Problemas de fronteira: método do tiro; introdução a métodos de diferenças finitas e elementos finitos.*

**9.4.5. Syllabus:**

*Hermite and spline interpolation. Complex and trigonometric interpolation - Discrete Fourier Transform (DFT and FFT). Regularization with filters, generalized derivation and Dirac Delta, convolution. Functional approximation - differentiation and integration. Orthogonality in functional spaces. Orthogonal polynomials and Gaussian integration formulas. Best uniform approximation - minimax. Chebyshev's theorem and Remez's algorithm. Initial value problems in ODEs - Runge-Kutta Methods with Butcher Tables. Multistep Methods - Adams. A-stability, zero-stability, consistency and global convergence. Boundary Problems: Shooting Method; introduction to finite difference and finite element methods.*

**9.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular**

*Atendendo aos objectivos de aprendizagem da UC, descritos em 4, qualquer especialista na matéria poderá constatar que todos os pontos dos conteúdos programáticos, descritos em 5, visam dotar os alunos com os conhecimentos e competências necessárias ao seu cumprimento e à aquisição dos referidos objectivos.*

**9.4.6. Demonstration of the syllabus coherence with the curricular unit's learning objectives.**

*In view of the learning objectives of the UC, described in 4, any specialist in the subject will be able to verify that all points of the syllabus, described in 5, aim to provide students with the knowledge and skills necessary for the fulfillment and acquisition of those objectives.*

**9.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):**

*As metodologias de ensino pretendem fomentar a aprendizagem baseada em resolução de problemas e por projectos, reforçando-se a componente prática, a aprendizagem, activa, o trabalho autónomo e a responsabilização do estudante. O modelo de avaliação incorpora elementos de avaliação contínua no âmbito da aprendizagem ativa (p. ex, projectos, trabalhos de casa, fichas, etc) compatível com a redução significativa do peso de avaliação por exames ( $\leq 50\%$ ).*

**9.4.7. Teaching methodologies (including evaluation):**

*The teaching methodologies aim to promote learning based on problem solving and projects, reinforcing the practical component, active learning, autonomous work and student accountability. The assessment model incorporates elements of continuous assessment in the context of active learning (eg, projects, homework, worksheets, etc.) compatible with the significant reduction of evaluation by exams ( $\leq 50\%$ ).*

**9.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular.**

*A metodologia de ensino basear-se-á na transferência de conceitos teóricos e práticos através da utilização intensiva de aulas de demonstração e trabalhos experimentais. Esta abordagem permitirá não só cumprir os objectivos como*

*auxiliará o nivelamento do conhecimento de estudantes com diferentes proveniências e formações.*

**9.4.8. Demonstration of the coherence between the teaching methodologies and the learning outcomes.**

*The teaching methodology will be based on the transfer of theoretical and practical concepts through the intensive use of problems classes and experimental work. This approach will not only fulfill the objectives, but will also help to level the knowledge of students with different backgrounds.*

**9.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:**

*Numerical Analysis, R. Kress, 1998, Springer-Verlag; Numerical Mathematics, A. Quarteroni, R. Sacco & F. Saleri, 2000, TAMS 37, Springer Verlag; Analyse Numérique des Équations Differentielles, M. Crouzeix & A.L. Mignot, 1989, 2e ed., Masson, ; Discrete Fourier Analysis and Wavelets. , S. A. Broughton, K. Bryan, 2018, 2nd ed., Wiley*

**Anexo II - Métodos Estatísticos em Data Mining**

**9.4.1.1. Designação da unidade curricular:**

*Métodos Estatísticos em Data Mining*

**9.4.1.1. Title of curricular unit:**

*Statistical Methods in Data Mining*

**9.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:**

*PE*

**9.4.1.3. Duração:**

*Semestral*

**9.4.1.4. Horas de trabalho:**

*168.0*

**9.4.1.5. Horas de contacto:**

*TP - 49.0*

**9.4.1.6. ECTS:**

*6.0*

**9.4.1.7. Observações:**

*<sem resposta>*

**9.4.1.7. Observations:**

*<no answer>*

**9.4.2. Docente responsável e respetiva carga lectiva na unidade curricular (preencher o nome completo):**

*ist13493, Maria da Conceição Esperança Amado, 49h/TP*

**9.4.3. Outros docentes e respetivas cargas lectivas na unidade curricular:**

*<sem resposta>*

**9.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):**

*Apresentar as potencialidades dos métodos estatísticos de data mining, dando-se especial relevo a métodos de classificação, agrupamento, redução de dimensionalidade, deteção de anomalias e mínimos quadrados parciais. Desenvolver competências para a aplicação de procedimentos estatísticos à análise de grandes conjuntos de dados e reconhecer como a utilização correcta de tais procedimentos é importante na tomada de boas decisões. Analisar problemas reais com a ajuda de software específico e reconhecer as metodologias adequadas à sua resolução. No final do semestre, os alunos deverão conhecer os principais procedimentos estatísticos associados à utilização de data mining e ter conhecimentos, a nível de utilizador, de outras técnicas de data mining.*

**9.4.4. Learning outcomes of the curricular unit:**

*Show the potential of statistical methods in data mining, with particular emphasis on classification, clustering, dimensionality reduction, anomaly detection and partial least squares methods. Develop the ability to apply statistical procedures to the analysis of large data sets, and to show how important those procedures are in decision making. Analyse real problems with specific software and identify suitable methodologies to deal with such problems. By the end of the semester, the students should know the main statistical procedures associated to data mining, and be familiar with other data mining techniques on a user level basis.*

**9.4.5. Conteúdos programáticos:**

*Visão Geral dos problemas de Data Mining: Objectivos e Ferramentas. A importância da análise exploratória de dados: Pré-processamento, Visualização e Qualidade dos Dados. Métodos de classificação: Método dos K-Vizinhos mais próximos - Regra de Decisão de Bayes e Ingénua de Bayes - Árvores de Decisão - Regressão Logística. Avaliação do Desempenho de um Classificador. Comparação de Classificadores. Métodos de agrupamento em dados estáticos e em dinâmicos. Redução da Dimensionalidade. Detecção de anomalias em dados estáticos e dinâmicos. Mais Variáveis que Observações - Regressão de Mínimos Quadrados Parciais.*

**9.4.5. Syllabus:**

*Introduction. Data Mining Overview. Exploring data: Preprocessing, Visualization and Data Quality Classification Methods - Classification with K-Nearest Neighbours - Classification and Bayes Rule, Naïve Bayes - Classification Trees - Logistic Regression. Evaluating the Performance of a Classifier. Comparing Classifiers. Clustering Methods for static and dynamic data. Cluster Validation Dimensionality Reduction. Anomaly Detection for static and dynamic data. More Variables than Objects - Partial Least Squares Regression.*

**9.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular**

*Os conteúdos estão organizados de forma integrada e hierárquica partindo-se de conceitos simples para os mais complexos ilustrando-se com vários exemplos aplicados esses conceitos. Com os conteúdos propostos os alunos devem ser capazes de modelar um problema com dados reais e verificar as condições de aplicabilidade, vantagens e limitações dos vários modelos de estatística e data mining constantes dos conteúdos programáticos.*

**9.4.6. Demonstration of the syllabus coherence with the curricular unit's learning objectives.**

*The contents are organized in an integrated and hierarchical way starting from simple concepts to the most complex illustrating with several examples applied to these concepts. With the proposed contents students should be able to model a problem with real data and verify the conditions of applicability, advantages and limitations of the various models of statistics and data mining contained in the programmatic contents.*

**9.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):**

*As metodologias de ensino pretendem fomentar a aprendizagem baseada em resolução de problemas e por projectos, reforçando-se a componente prática, a aprendizagem, activa, o trabalho autónomo e a responsabilização do estudante. O modelo de avaliação incorpora Exame com nota mínima de 7.0 valores + Projeto Computacional.*

**9.4.7. Teaching methodologies (including evaluation):**

*The teaching methodologies aim to promote learning based on problem solving and projects, reinforcing the practical component, active learning, autonomous work and student accountability. The assessment model incorporates Exam with a minimum grade of 7.0 + Computational Project.*

**9.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular.**

*As metodologias de ensino e de aprendizagem visam o desenvolvimento integrado nos estudantes dos conhecimentos referidos nos conteúdos programáticos e a concretização objectivos e competências estabelecidos. A realização de exercícios na aula, quer de aquisição de conceitos, quer de aplicação computacional, a realização de um projecto com dados reais e um exame potencia a aprendizagem numa perspectiva de globalidade fomentando a integração de saberes. Os métodos propostos pretendem desenvolver nos estudantes conhecimentos, compreensão e competências ao nível da aplicação sustentada pelo conhecimento teórico.*

**9.4.8. Demonstration of the coherence between the teaching methodologies and the learning outcomes.**

*Teaching and learning methodologies aim at the integrated development of the knowledge referred to in the programmatic content and the achievement of established objectives and competences. Exercises in class for acquiring theoretical or computational concepts, the realization of a project with real data and a written examination enhances learning in a global perspective fostering the integration of knowledge. The proposed methods aim to develop knowledge, understanding and competencies in students at the application level supported by theoretical knowledge.*

**9.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:**

**Introduction to data mining, P.-N. Tan, M. Steinbach, V. Kumar, 2018 , (2 ed). Pearson.; Introduction to Statistical Learning - with Applications in R, G. James, D. Witten, T. Hastie and R. Tibshirani, 2013, Springer-Verlag New York; Data Mining: The Textbook, Charu C. Aggarwal, 2015, Springer International Publishing.; The Elements of Statistical Learning - Data Mining, Inference, and Prediction, T. Hastie, R. Tibshirani, and J. Friedman,, 2009, Springer Series in Statistics, Springer New York Inc., New York, NY, USA.**

## **Anexo II - Atividades Extracurriculares I**

### **9.4.1.1. Designação da unidade curricular:**

***Atividades Extracurriculares I***

### **9.4.1.1. Title of curricular unit:**

***Extracurricular Activities I***

### **9.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:**

***OL***

### **9.4.1.3. Duração:**

***Semestral***

### **9.4.1.4. Horas de trabalho:**

***84.0***

### **9.4.1.5. Horas de contacto:**

***0.0***

### **9.4.1.6. ECTS:**

***3.0***

### **9.4.1.7. Observações:**

***<sem resposta>***

### **9.4.1.7. Observations:**

***<no answer>***

### **9.4.2. Docente responsável e respetiva carga lectiva na unidade curricular (preencher o nome completo):**

***ist12376, Pedro Alves Martins da Silva Girão, 3h***

### **9.4.3. Outros docentes e respetivas cargas lectivas na unidade curricular:**

***<sem resposta>***

### **9.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):**

***Estimular os estudantes a adquirirem, de forma diversificada e complementar, conhecimentos e competências comportamentais, sociais, culturais, científicas, tecnológicas e profissionais, através da realização de atividades extracurriculares. Atualmente além de um percurso curricular que fornece provas de conhecimentos científicos/tecnológicos bem consolidados, os empregadores valorizam o percurso extracurricular dos alunos nas suas diversas vertentes.***

### **9.4.4. Learning outcomes of the curricular unit:**

***To stimulate students to acquire, in a diversified and complementary way, behavioral, social, cultural, scientific, technological and professional knowledge and skills through extracurricular activities. Currently, in addition to scientific/technological knowledge, employers value the extracurricular course of students in its various aspects.***

### **9.4.5. Conteúdos programáticos:**

***No quadro desta unidade curricular serão creditadas atividades realizadas pelos estudantes, individualmente ou em grupo, que tenham um cariz essencialmente extra-curricular.***

- 1) *As atividades extracurriculares devem ser creditadas por pedido dos alunos em uma ou duas unidades curriculares denominadas Atividades Extracurriculares I e II (AE I e AE II) com 3 ECTS cada, oferecidas a todo o universo de alunos dos 2º. Ciclos (mestrado) do IST. Em cada uma destas UC de 3 ECTS os alunos devem realizar uma (ou mais) atividade(s) extracurriculares com esforço total de pelo menos 84 horas.*
- 2) *Os coordenadores de cada curso deverão reservar espaço na sua grelha de 2º. Ciclo para que os alunos, se assim o entenderem, possam escolher AE I/AEII*

#### 9.4.5. Syllabus:

*In this curricular unit activities carried out by students, individually or in groups, which have an essentially extra-curricular nature, will be credited.*

- 1) *The extracurricular activities must be credited by request of the students in one or two curricular units called Extracurricular Activities I and II (AE I and AE II) with 3 ECTS each, offered to the whole universe of students of the 2nd cycle. In each of these 3 ECTS courses, students must perform one (or more) extracurricular activity(s) with a total effort of at least 84 hours.*
- 2) *Coordinators of each course must reserve space on their 2nd cycle grid so that students, if they wish, can choose AE I/AE II*

#### 9.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular

*Atendendo aos objetivos de aprendizagem da UC, descritos em 4, é possível constatar que todos os pontos dos conteúdos programáticos, descritos em 5, visam dotar os alunos com os conhecimentos e competências necessários ao seu cumprimento e à aquisição dos referidos objetivos.*

#### 9.4.6. Demonstration of the syllabus coherence with the curricular unit's learning objectives.

*Taking into account the objectives of the course described in 4, it is possible to observe that all the topics described in 5 aim at giving the students the knowledge and the skills for attaining the aims.*

#### 9.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

*As metodologias de ensino pretendem fomentar a aprendizagem baseada em resolução de problemas e por projectos, reforçando-se a componente prática, a aprendizagem, activa, o trabalho autónomo e a responsabilização do estudante. O modelo de avaliação incorpora elementos de avaliação contínua no âmbito da aprendizagem ativa (p. ex, projectos, trabalhos de casa, fichas, etc) compatível com a redução significativa do peso de avaliação por exames (≤50%).*

#### 9.4.7. Teaching methodologies (including evaluation):

*The teaching methodologies aim to promote learning based on problem solving and projects, reinforcing the practical component, active learning, autonomous work and student accountability. The assessment model incorporates elements of continuous assessment in the context of active learning (eg, projects, homework, worksheets, etc.) compatible with the significant reduction of evaluation by exams (≤50%).*

#### 9.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular.

*A metodologia de ensino basear-se-á na transferência de conceitos, resultados e aplicações através da utilização intensiva de aulas de demonstração e exercícios. Esta abordagem permitirá não só cumprir os objetivos como aprofundar os conhecimentos dos estudantes.*

#### 9.4.8. Demonstration of the coherence between the teaching methodologies and the learning outcomes.

*The strategy is to provide the concepts, results, techniques and applications through intensive lectures and classes involving proofs and exercises. In this way, we hope to increase the knowledge of the students in the target subjects.*

#### 9.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:

*A indicar pelo responsável caso a caso.*

## Anexo II - Grupos, Anéis e Módulos

#### 9.4.1.1. Designação da unidade curricular:

*Grupos, Anéis e Módulos*

#### 9.4.1.1. Title of curricular unit:

*Groups, Rings and Modules*

**9.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:*****AlgTop*****9.4.1.3. Duração:*****Semestral*****9.4.1.4. Horas de trabalho:*****252.0*****9.4.1.5. Horas de contacto:*****TP - 70.0*****9.4.1.6. ECTS:*****9.0*****9.4.1.7. Observações:*****<sem resposta>*****9.4.1.7. Observations:*****<no answer>*****9.4.2. Docente responsável e respetiva carga lectiva na unidade curricular (preencher o nome completo):*****ist13119, Pedro Ferreira dos Santos, 70h/TP*****9.4.3. Outros docentes e respetivas cargas lectivas na unidade curricular:*****<sem resposta>*****9.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):*****Os alunos devem aprender os conceitos e resultados básicos das teorias de grupos, anéis e módulos, e da representação de grupos finitos, bem como algumas noções elementares de teoria das categorias que permitem uma exposição um pouco mais abstracta do que as dos cursos introdutórios de álgebra. Devem também aprender os exemplos que ocorrem mais frequentemente na matemática.*****9.4.4. Learning outcomes of the curricular unit:*****After taking the course the students should be familiar with the basic concepts and results regarding groups, rings and modules, and representations of finite groups, as well as elementary notions of category theory that allow a more abstract presentation than that of introductory algebra courses. The students should also become familiar with common examples that appear throughout mathematics.*****9.4.5. Conteúdos programáticos:*****Categorias: Produtos e coprodutos, igualadores e co-igualadores. Functores, categorias concretas e objectos livres. Isomorfismo de objectos que têm a mesma propriedade universal.******Grupos: Subgrupos, subgrupos normais; isomorfismos. Grupos quociente, isomorfismos canónicos. Acções de grupos; teoremas de Sylow. Grupos livres, geradores e relações.******Anéis: Subanéis, ideais e anéis quociente. Anéis de polinómios, fracções, domínios de factorização única, domínios de ideais principais, domínios euclidianos.******Módulos: Módulos finitamente gerados e módulos livres. Produto tensorial. Sucessões exactas, Hom e dualidade. Módulos sobre domínios integrais e sobre domínios de ideais principais. Aplicações: classificação de grupos abelianos finitamente gerados, forma canónica de Jordan.******Representações de grupos finitos: Acções lineares e anéis de grupos. Caracteres e relações de ortogonalidade. Exemplos e aplicações.*****9.4.5. Syllabus:*****Categories: Products and coproducts, equalizers and co-equalizers. Functors, concrete categories and free objects. Isomorphism of objects that share a universal property.***

**Groups: Subgroups, normal subgroups, and isomorphisms. Quotient groups, canonical isomorphisms. Group actions; Sylow's Theorems. Free groups, generators and relations.**

**Rings: Subrings, ideals and quotient rings. Rings of polynomials, fractions, unique factorisation domains, principal ideal domains, Euclidean domains.**

**Modules: Finitely generated modules and free modules. Tensor product. Exact sequences, Hom and duality. Modules over integral domains and over principal ideal domains. Classification of modules over principal ideal domains. Applications: classification of finitely generated abelian groups, Jordan canonical form.**

**Representations of finite groups: Linear actions and group rings. Characters and orthogonality relations. Examples and applications.**

**9.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular *Atendendo aos objetivos de aprendizagem da UC, descritos em 4, é possível constatar que todos os pontos dos conteúdos programáticos, descritos em 5, visam dotar os alunos com os conhecimentos e competências necessários ao seu cumprimento e à aquisição dos referidos objetivos.***

**9.4.6. Demonstration of the syllabus coherence with the curricular unit's learning objectives. *Taking into account the objectives of the course described in 4, it is possible to observe that all the topics described in 5 aim at giving the students the knowledge and the skills for attaining the aims.***

**9.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):**

***As metodologias de ensino pretendem fomentar a aprendizagem baseada em resolução de problemas e por projectos, reforçando-se a componente prática, a aprendizagem, activa, o trabalho autónomo e a responsabilização do estudante. O modelo de avaliação incorpora avaliação contínua, incluindo testes realizados nas aulas, e exame final.***

**9.4.7. Teaching methodologies (including evaluation):**

***The teaching methodologies aim to promote learning based on problem solving and projects, reinforcing the practical component, active learning, autonomous work and student accountability. The assessment model incorporates continuous assessment, for instance by written tests during classes, and a final exam.***

**9.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular.**

***A metodologia de ensino basear-se-á na transferência de conceitos, resultados e aplicações através da utilização intensiva de aulas de demonstração e exercícios. Esta abordagem permitirá não só cumprir os objetivos como aprofundar os conhecimento dos estudantes.***

**9.4.8. Demonstration of the coherence between the teaching methodologies and the learning outcomes.**

***The strategy is to provide the concepts, results, techniques and applications through intensive lectures and classes involving proofs and exercises. In this way, we hope to increase the knowledge of the students in the target subjects.***

**9.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:**

***Abstract Algebra, D.S. Dummit, R.M. Foote., 1999, Prentice-Hall; Algebra, T.W. Hungerford, 1980, GTM, Vol. 73, Springer; Introductory Lectures on Rings and Modules, London Mathematical Society Student Texts 47, J.A. Beachy, 1999, Cambridge University Press***

## **Anexo II - Introdução a Matemática Financeira**

**9.4.1.1. Designação da unidade curricular:**

***Introdução a Matemática Financeira***

**9.4.1.1. Title of curricular unit:**

***Introduction to Mathematical Finance***

**9.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:**

***PE***

**9.4.1.3. Duração:**

**Semestral****9.4.1.4. Horas de trabalho:****168.0****9.4.1.5. Horas de contacto:****TP - 49.0****9.4.1.6. ECTS:****6.0****9.4.1.7. Observações:****<sem resposta>****9.4.1.7. Observations:****<no answer>****9.4.2. Docente responsável e respetiva carga lectiva na unidade curricular (preencher o nome completo):****ist12953, Cláudia Rita Ribeiro Coelho Nunes Philippart, 49h/TP****9.4.3. Outros docentes e respetivas cargas lectivas na unidade curricular:****<sem resposta>****9.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):**

***O objectivo principal desta UC é a aprendizagem de modelos matemáticos usados para a derivação de preço de derivados financeiros. Para tal, os alunos aprendem os fundamentos de cálculo estocástico, que lhes permitirão entender e derivar preços de opções usando o modelo de Black-Scholes.***

**9.4.4. Learning outcomes of the curricular unit:**

***This course is focused on the mathematical models used to price securities. By learning the fundamentals of stochastic calculus, the students are able to understand and derive the price of derivatives using the Black-Scholes model.***

**9.4.5. Conteúdos programáticos:*****Capítulo 1: Preços de Opções******a. Introdução e conceitos básicos (taxas de juro, derivados, futuros);******b. Arbitragem;******c. Propriedades essenciais de preços de opções (limites no preço; paridade put-call);******Capítulo 2: Modelo de árvore binomial******a. Introdução;******b. Portfólios de réplica;******c. Árvore binomial a um passo******d. Árvore binomial multi-passos******Capítulo 3: Cálculo Estocástico******a. Movimento Browniano e difusões;******b. Fórmula de Ito's******c. Integral de Ito;******d. Martingalas;******e. Teorema de Gyrsanov;******f. Fórmula de Feynman-Kacs******Chapter 4: Formula de Black-Scholes******a. Hipóteses e discussão******b. Equação de Black-Scholes;******c. Preços de opções por portfolios de réplica;******d. Abordagem probabilística à fórmula de Black-Scholes.*****9.4.5. Syllabus:*****Chapter 1: Option pricing******a. Introduction to basic concepts (interest rates, derivatives, futures);******b. Arbitrage;******c. First properties of option pricing (bounds on option pricing; put-call parity);***

**Chapter 2: Pricing based on binomial trees****a. Introduction to the model;****b. Replicating Portfólios;****c. One-step binomial tree****d. Multi-step binomial tree****Chapter 3: Stochastic Calculus****a. Brownian motion and diffusions;****b. Ito's formula****c. Ito's integral;****d. Martingales;****e. Gyrsanov theorem;****f. Feynman-Kacs formula****Chapter 4: Black-Scholes formula****a. Assumptions and discussing;****b. Black-Scholes equation;****c. Option pricing via replicating portfolios;****d. Probabilistic approach to the Black-Scholes formula**

**9.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular**  
*Atendendo aos objetivos de aprendizagem da UC, descritos em 4, é possível constatar que todos os pontos dos conteúdos programáticos, descritos em 5, visam dotar os alunos com os conhecimentos e competências necessários ao seu cumprimento e à aquisição dos referidos objetivos.*

**9.4.6. Demonstration of the syllabus coherence with the curricular unit's learning objectives.**  
*Taking into account the objectives of the course described in 4, it is possible to observe that all the topics described in 5 aim at giving the students the knowledge and the skills for attaining the aims.*

**9.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):**  
*40% para avaliação contínua (trabalhos de casa e/ou projetos, incluindo leitura e estudo de artigos ou capítulos de livros)*  
*30% para 1º teste (a realizar durante as aulas, a meio do período)*  
*30% para 2º teste (a realizar no fim das aulas)*

**9.4.7. Teaching methodologies (including evaluation):**  
*40% for continuous assessment (homework and / or projects, including reading and studying articles or book chapters)*  
*30% for 1st test (to be held during classes, mid-term)*  
*30% for 2nd test (to be done at the end of classes)*

**9.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular.**  
*As metodologias de ensino pretendem fomentar a aprendizagem baseada em resolução de problemas e por projectos, reforçando-se a componente prática, a aprendizagem activa, o trabalho autónomo e a responsabilização do estudante. O modelo de avaliação incorpora elementos de avaliação contínua no âmbito da aprendizagem ativa (p. ex, projectos, trabalhos de casa, fichas, etc) compatível com a redução significativa do peso de avaliação por exames (≤50%).*

**9.4.8. Demonstration of the coherence between the teaching methodologies and the learning outcomes.**  
*The teaching methodologies aim to promote learning based on problem solving and by projects, reinforcing the practical component, active learning, autonomous work and student accountability. The evaluation model incorporates elements of continuous evaluation within active learning (eg projects, homework, worksheets, etc.) compatible with the significant reduction weight of assessment by exams (≤50%).*

**9.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:**  
*Paul Wilmott on quantitative finance, Wilmott, Paul, 2013, John Wiley & Sons; Options futures and other derivatives, Hull, John C., 2003., Pearson Education India; Elementary stochastic calculus with finance in view, Mikosch, Thomas, 1998, World scientific; Investment under uncertainty, Dixit, Avinash K., Robert K. Dixit, and Robert S. Pindyck, 1994, Princeton university press; . Análise Estatística de Dados Financeiros, Amado, Conceição, Nunes, Cláudia e Alberto Sardinha, 2019, Edições SPE*

**Anexo II - Introdução à Teoria da Aprendizagem**

**9.4.1.1. Designação da unidade curricular:**

*Introdução à Teoria da Aprendizagem*

**9.4.1.1. Title of curricular unit:**

*Introduction to Learning Theory*

**9.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:**

*LogComp*

**9.4.1.3. Duração:**

*Semestral*

**9.4.1.4. Horas de trabalho:**

*168.0*

**9.4.1.5. Horas de contacto:**

*TP - 49.0*

**9.4.1.6. ECTS:**

*6.0*

**9.4.1.7. Observações:**

*<sem resposta>*

**9.4.1.7. Observations:**

*<no answer>*

**9.4.2. Docente responsável e respetiva carga lectiva na unidade curricular (preencher o nome completo):**

*ist12623, José Félix Gomes da Costa, 49h/TP*

**9.4.3. Outros docentes e respetivas cargas lectivas na unidade curricular:**

*<sem resposta>*

**9.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):**

*Identificação de linguagens e funções, tais como leis científicas ou teorias científicas descritas através de conjuntos de números ou de funções. Introdução à aprendizagem automática, tendo como foco (a) leis que podem ser aprendidas por cientistas computáveis ou não computáveis, (b) complexidade da identificação e (c) a validade de inferências indutivas.*

**9.4.4. Learning outcomes of the curricular unit:**

*Identification of languages and functions, such as scientific laws or scientific theories described either by sets of numbers or by sets of functions. Introduction to machine learning addressing: (a) laws that can be learned by computable or non-computable scientists, (b) the complexity of identification, and (c) the validity of inductive inference.*

**9.4.5. Conteúdos programáticos:**

*Conceito de cientista segundo Gold. Identificação de linguagens e funções. Cientistas computáveis e não computáveis. Identificação por cientistas computáveis. Teoremas centrais. Estratégias e critérios de identificação de linguagens e funções. Classes: Ex, Ex\*, Bc, Bc\*, TxtEx, TxtEx\*, TxtFex. Cientistas coerentes, fiáveis, popperianos, exatos e de memória limitada. Identificação de linguagens e funções por equipas de cientistas determinísticos e probabilísticos. Identificação por cientistas que consultam oráculos. Complexidade da identificação.*

**9.4.5. Syllabus:**

*Concept of a scientist according to Gold. Identification of languages and functions. Computable and non-computable scientists. Memory-limited scientists. Identification by computable scientists. Central theorems. Strategies, criteria and environments for language and function identification. Classes: Ex, Ex\*, Bc, Bc\*, TxtEx, TxtEx\*, TxtFex. Consistent, reliable, Popperian, exact, and memory-limited scientists. Team identification of languages and functions by deterministic and probabilistic scientists. Identification by oracle scientists. Complexity issues in identification.*

- 9.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular**  
*O programa é o de uma introdução à Teoria da Aprendizagem, centrado na Computabilidade, no estudo dos limites da aprendizagem automática. O programa é claramente adequado a esse fim, como as referências bibliográficas podem demonstrar.*
- 9.4.6. Demonstration of the syllabus coherence with the curricular unit's learning objectives.**  
*The syllabus is adequate to a first account on the theory of recursive function theoretical Learning Theory.*
- 9.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):**  
*As metodologias de ensino pretendem fomentar a aprendizagem baseada em resolução de problemas e por projectos, reforçando-se a componente prática, a aprendizagem, activa, o trabalho autónomo e a responsabilização do estudante. O modelo de avaliação incorpora Teste + trabalhos de casa.*
- 9.4.7. Teaching methodologies (including evaluation):**  
*The teaching methodologies aim to promote learning based on problem solving and projects, reinforcing the practical component, active learning, autonomous work and student accountability. The assessment model incorporates Test + homework assignments.*
- 9.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular.**  
*A metodologia de ensino basear-se-á na transferência de conceitos teóricos e práticos através da utilização intensiva de aulas de demonstração. Esta abordagem permitirá não só cumprir os objetivos como auxiliará o nivelamento do conhecimento de estudantes com diferentes proveniências e formações.*
- 9.4.8. Demonstration of the coherence between the teaching methodologies and the learning outcomes.**  
*The teaching methodologies, based on the transfer of theoretical and practical concepts through the extensive use of demonstration classes, it will allow to fulfill the intended learning outcomes, as well as to level the knowledge of students with different backgrounds and formations.*
- 9.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:**  
*An Introduction to Learning Theory, Sanjay Jain, Daniel N. Osherson, James S. Royer e Arun Sharma, 1999, 2nd ed., The MIT Press; The Logic of Reliable Inquiry, Kevin T. Kelly, 1996, Oxford University Press; Elements of Scientific Inquiry, Eric Martin and Daniel N. Osherson, 1998, MIT Press.*

## **Anexo II - Grupo de Renormalização**

### **9.4.1.1. Designação da unidade curricular:**

*Grupo de Renormalização*

### **9.4.1.1. Title of curricular unit:**

*Renormalization Group*

### **9.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:**

*FM*

### **9.4.1.3. Duração:**

*Semestral*

### **9.4.1.4. Horas de trabalho:**

*168.0*

### **9.4.1.5. Horas de contacto:**

*TP - 49.0*

### **9.4.1.6. ECTS:**

*6.0*

**9.4.1.7. Observações:**

<sem resposta>

**9.4.1.7. Observations:**

<no answer>

**9.4.2. Docente responsável e respetiva carga lectiva na unidade curricular (preencher o nome completo):**

*ist24948, Gabriel Czerwionka Lopes Cardoso, 49h/TP*

**9.4.3. Outros docentes e respetivas cargas lectivas na unidade curricular:**

<sem resposta>

**9.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):**

*Introduzir os conceitos fundamentais de teoria quântica do campo, o integral de Feynman e o grupo de renormalização, com aplicações às teorias de gauge.*

**9.4.4. Learning outcomes of the curricular unit:**

*Introduce the basic notions of quantum field theory, the Feynman integral and the renormalization group, with applications to gauge theory.*

**9.4.5. Conteúdos programáticos:**

*Integrais em Dimensão Finita: Função de partição e funções de correlação; Diagramas de Feynman; Acção efectiva; Integral de Berezin, supersimetria e localização.*

*Integral de Feynman: Funcional de acção clássico e quântico; Definição de integral de Feynman; Funções de Green e propagadores; Funções de correlação e formalismo de operadores; Teorema de Wick.*

*Teoria do Campo Escalar: Expansão perturbativa; Secções eficazes, diagramas e regras de Feynman; Divergências e regularização; Renormalização e funções-beta.*

*Grupo de Renormalização: Espaço real e de momento; Pontos fixos, dimensões anómalas e expoentes críticos; Grupo de renormalização, acção efectiva, potencial efectivo; a equação de Wilson-Polchinski; o teorema da função c de Zamolodchikov; Operadores compostos e OPE's.*

*Teorias de Gauge: QED e QCD; Identidades de Ward-Takahashi; Lagrangiano de Euler-Heisenberg; Teoria perturbativa renormalizada; Funções-beta; liberdade assintótica; Teorias renormalizáveis e não-renormalizáveis.*

**9.4.5. Syllabus:**

*Finite Dimensional Integrals: Partition function and correlation functions; Feynman diagrams; Effective action; Berezin integral, supersymmetry and localization.*

*Feynman Integral: Classical and quantum action functional; Definition of Feynman integral; Green functions and propagators; Correlation functions and operator formalism; Wick's theorem.*

*Scalar Field Theory: Perturbative expansion; Cross-sections, Feynman diagrams and Feynman rules; Divergences and regularization; Renormalization and beta-functions.*

*Renormalization Group: Real and momentum space; Fixed points, anomalous dimensions and critical exponents; Renormalization group, effective action, effective potential; Wilson-Polchinski RG equation; Zamolodchikov's c-theorem; Composite operators and OPE's.*

*Renormalization in Gauge Theories: QED and QCD; Ward-Takahashi identities; Euler-Heisenberg Lagrangian; Renormalized perturbation theory; Beta-functions, asymptotic freedom; Renormalizable and non-renormalizable theories.*

**9.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular**

*Ao fornecer as bases teóricas, os conceitos essenciais e exemplos de aplicação, os pontos dos conteúdos programáticos visam dotar os alunos com os conhecimentos e as competências necessárias para atingir os objetivos de aprendizagem da UC descritos acima.*

**9.4.6. Demonstration of the syllabus coherence with the curricular unit's learning objectives.**

*By providing the theoretical basis as well as essential concepts and examples of applications, the items of the syllabus aim to provide students with the knowledge and skills necessary to achieve the learning objectives, described above, of the curricular unit.*

**9.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):**

*As metodologias de ensino pretendem fomentar a aprendizagem baseada em resolução de problemas e por projectos, reforçando-se a componente prática, a aprendizagem, activa, o trabalho autónomo e a responsabilização do estudante. O modelo de avaliação incorpora avaliação contínua e projecto/ou exame final.*

**9.4.7. Teaching methodologies (including evaluation):**

*The teaching methodologies aim to promote learning based on problem solving and projects, reinforcing the practical component, active learning, autonomous work and student accountability. The assessment model incorporates periodic problem sets and project/or final exam.*

**9.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular.**

*Os métodos de ensino usados permitirão assegurar que os alunos obtenham um conhecimento abrangente dos tópicos da UC, assegurando a conformidade com os objetivos da unidade curricular.*

**9.4.8. Demonstration of the coherence between the teaching methodologies and the learning outcomes.**

*The teaching methodology used will ensure that students gain a comprehensive knowledge of the topics of the curricular unit, ensuring compliance with the objectives of the course.*

**9.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:**

*Quantum Mechanics for Mathematicians, Leon A. Takhtajan , 2008, Graduate Studies in Math Vol. 95, AMS; Quantum Theory for Mathematicians, Brian C. Hall, 2013, Graduate Texts in Mathematics 267, Springer; Quantum Field Theory and the Standard Model, Matthew D. Schwartz, 2014, Cambridge University Press; The Schwinger Action Principle and Effective Action, David J. Toms , 2012 , Cambridge Monographs on Math Physics; Quantum Field Theory, Lowell Brown, 1992, Cambridge University Press; Field Theory: A Modern Primer, Pierre Ramond, 1990, Addison - Wesley Publishing Company; Quantum Field Theory and Critical Phenomena: , Jean Zinn-Justin , 1996, Oxford University Press; Statistical Field Theory, Giorgio Parisi , 1998 , Addison - Wesley Publishing Company; The Theory of Critical Phenomena: An Introduction to the Renormalization Group, J.J. Binney, N.J. Dorwick, A.J. Fisher and M.E.J. Newman, 1992, Oxford University Press; Renormalization, John Collins, 1984 , Cambridge University Press*

**Anexo II - Atividades Extracurriculares II**

**9.4.1.1. Designação da unidade curricular:**

*Atividades Extracurriculares II*

**9.4.1.1. Title of curricular unit:**

*Extracurricular Activities II*

**9.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:**

*OL*

**9.4.1.3. Duração:**

*Semestral*

**9.4.1.4. Horas de trabalho:**

*84.0*

**9.4.1.5. Horas de contacto:**

*0.0*

**9.4.1.6. ECTS:**

*3.0*

**9.4.1.7. Observações:**

*<sem resposta>*

**9.4.1.7. Observations:**

*<no answer>*

**9.4.2. Docente responsável e respetiva carga lectiva na unidade curricular (preencher o nome completo):**

*ist12376, Pedro Alves Martins da Silva Girão, 3h*

**9.4.3. Outros docentes e respetivas cargas lectivas na unidade curricular:**

*<sem resposta>*

**9.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):**

*Estimular os estudantes a adquirirem, de forma diversificada e complementar, conhecimentos e competências comportamentais, sociais, culturais, científicas, tecnológicas e profissionais, através da realização de atividades extracurriculares. Atualmente além de um percurso curricular que fornece provas de conhecimentos científicos/tecnológicos bem consolidados, os empregadores valorizam o percurso extracurricular dos alunos nas suas diversas vertentes.*

**9.4.4. Learning outcomes of the curricular unit:**

*To stimulate students to acquire, in a diversified and complementary way, behavioral, social, cultural, scientific, technological and professional knowledge and skills through extracurricular activities. Currently, in addition to scientific/technological knowledge, employers value the extracurricular course of students in its various aspects.*

**9.4.5. Conteúdos programáticos:**

*No quadro desta unidade curricular serão creditadas actividades realizadas pelos estudantes, individualmente ou em grupo, que tenham um cariz essencialmente extra-curricular.*

*1) As atividades extracurriculares devem ser creditadas por pedido dos alunos em uma ou duas unidades curriculares denominadas Atividades Extracurriculares I e II (AE I e AE II) com 3 ECTS cada, oferecidas a todo o universo de alunos dos 2º. Ciclo (mestrado) do IST. Em cada uma destas UC de 3 ECTS os alunos devem realizar uma (ou mais) atividade(s) extracurriculares com esforço total de pelo menos 84 horas.*

*2) Os coordenadores de cada curso deverão reservar espaço na sua grelha de 2º. Ciclo para que os alunos, se assim o entenderem, possam escolher AE I/AEII*

**9.4.5. Syllabus:**

*In this curricular unit activities carried out by students, individually or in groups, which have an essentially extra-curricular nature, will be credited.*

*1) The extracurricular activities must be credited by request of the students in one or two curricular units called Extracurricular Activities I and II (AE I and AE II) with 3 ECTS each, offered to the whole universe of students of the 2nd cycle. In each of these 3 ECTS courses, students must perform one (or more) extracurricular activity(s) with a total effort of at least 84 hours.*

*2) Coordinators of each course must reserve space on their 2nd cycle grid so that students, if they wish, can choose AE I/AE II*

**9.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular**

*Atendendo aos objetivos de aprendizagem da UC, descritos em 4, é possível constatar que todos os pontos dos conteúdos programáticos, descritos em 5, visam dotar os alunos com os conhecimentos e competências necessários ao seu cumprimento e à aquisição dos referidos objetivos.*

**9.4.6. Demonstration of the syllabus coherence with the curricular unit's learning objectives.**

*Taking into account the objectives of the course described in 4, it is possible to observe that all the topics described in 5 aim at giving the students the knowledge and the skills for attaining the aims.*

**9.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):**

*As metodologias de ensino pretendem fomentar a aprendizagem baseada em resolução de problemas e por projectos, reforçando-se a componente prática, a aprendizagem, activa, o trabalho autónomo e a responsabilização do estudante. O modelo de avaliação incorpora elementos de avaliação contínua no âmbito da aprendizagem ativa (p. ex, projectos, trabalhos de casa, fichas, etc) compatível com a redução significativa do peso de avaliação por exames (≤50%).*

**9.4.7. Teaching methodologies (including evaluation):**

*The teaching methodologies aim to promote learning based on problem solving and projects, reinforcing the practical component, active learning, autonomous work and student accountability. The assessment model incorporates elements of continuous assessment in the context of active learning (eg, projects, homework, worksheets, etc.) compatible with the significant reduction of evaluation by exams (≤50%).*

**9.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular.**

*A metodologia de ensino basear-se-á na transferência de conceitos, resultados e aplicações através da utilização intensiva de aulas de demonstração e exercícios. Esta abordagem permitirá não só cumprir os objetivos como aprofundar os conhecimentos dos estudantes.*

**9.4.8. Demonstration of the coherence between the teaching methodologies and the learning outcomes.**

*The strategy is to provide the concepts, results, techniques and applications through intensive lectures and classes involving proofs and exercises. In this way, we hope to increase the knowledge of the students in the target subjects.*

**9.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:**

*A indicar pelo responsável caso a caso.*

**Anexo II - Lógica e Verificação de Modelos****9.4.1.1. Designação da unidade curricular:**

*Lógica e Verificação de Modelos*

**9.4.1.1. Title of curricular unit:**

*Logic and Model Checking*

**9.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:**

*LogComp*

**9.4.1.3. Duração:**

*Semestral*

**9.4.1.4. Horas de trabalho:**

*252.0*

**9.4.1.5. Horas de contacto:**

*T 42, PL 28*

**9.4.1.6. ECTS:**

*9.0*

**9.4.1.7. Observações:**

*<sem resposta>*

**9.4.1.7. Observations:**

*<no answer>*

**9.4.2. Docente responsável e respetiva carga lectiva na unidade curricular (preencher o nome completo):**

*ist13783, Paulo Alexandre Carreira Mateus, 70h/T 42, PL 28*

**9.4.3. Outros docentes e respetivas cargas lectivas na unidade curricular:**

*<sem resposta>*

**9.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):**

*Conhecer programação em lógica, aplicar lógica à verificação de software e hardware.*

**9.4.4. Learning outcomes of the curricular unit:**

*Know logic programming and apply logic to the verification of hardware and software.*

**9.4.5. Conteúdos programáticos:**

*Lógica proposicional. Diagramas de decisão binária. Lógica temporal ramificada (CTL). Verificação de modelos. Justiça forte e fraca. Caracterização dos operadores CTL por ponto fixo. Lógica temporal linear e cálculo mu proposicional.*

**Verificação de sistemas concorrentes e distribuídos. Introdução à programação lógica. Lógica clausal, modelos de Herbrand. Algoritmo de unificação. Teorema do ponto fixo de Tarski. Programação funcional. Cálculo lambda. Topologia de Scott. Confluência e Combinadores. Cálculo lambda tipado e lógica de ordem superior. Prova automática de teoremas.**

#### 9.4.5. Syllabus:

**Propositional logic. Binary decision diagrams. Computation Tree Logic (CTL). Model checking. Fairness. Fixed-point characterization of CTL operators. Linear Temporal Logic and propositional mu-calculus. Verification of concurrent and distributed systems. Introduction to logic programming. Clausal logic, Herbrand models. Unification algorithm. Tarski point-fix theorem. Functional programming. Lambda calculus. Scott topology. Confluence and combinators. Typed-lambda calculus and high-order logic. Automated theorem proving.**

#### 9.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular

**Atendendo aos objetivos de aprendizagem da UC, descritos em 4, qualquer especialista na matéria poderá constatar que todos os pontos dos conteúdos programáticos, descritos em 5, visam dotar os alunos com os conhecimentos e competências necessárias ao seu cumprimento e à aquisição dos referidos objetivos.**

#### 9.4.6. Demonstration of the syllabus coherence with the curricular unit's learning objectives.

**Taking into account the objectives of the course described in 4, it is possible to observe that all the topics described in 5 aim at giving the students the knowledge and the skills for attaining the aims.**

#### 9.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

**As metodologias de ensino pretendem fomentar a aprendizagem baseada em resolução de problemas e por projectos, reforçando-se a componente prática, a aprendizagem, activa, o trabalho autónomo e a responsabilização do estudante. O modelo de avaliação incorpora Exame 50% e Projeto 50% (avaliado oralmente).**

#### 9.4.7. Teaching methodologies (including evaluation):

**The teaching methodologies aim to promote learning based on problem solving and projects, reinforcing the practical component, active learning, autonomous work and student accountability. The assessment model incorporates Exam (50%) and Computational project (50%).**

#### 9.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular.

**A metodologia de ensino basear-se-á na transferência de conceitos teóricos e práticos através da utilização intensiva de aulas de demonstração e trabalhos experimentais. Esta abordagem permitirá não só cumprir os objetivos como auxiliará o nivelamento do conhecimento de estudantes com diferentes proveniências e formações.**

#### 9.4.8. Demonstration of the coherence between the teaching methodologies and the learning outcomes.

**The strategy is to provide the concepts, results, techniques and applications through intensive lectures and classes involving proofs and exercises. In this way, we hope to increase the knowledge of the students in the target subjects.**

#### 9.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:

**Principles of Model Checking, Baier & Katoen, 2008, MIT Press; The Lambda Calculus - Its Syntax and Semantics, H. Barendregt, 2012, College Publications; Foundations of Logic Programming, J. Lloyd, 2011, Springer; Lecture Notes, P. Mateus, 2020, Departamento Matemática**

## Anexo II - Análise Numérica de Equações Diferenciais Parciais

#### 9.4.1.1. Designação da unidade curricular:

**Análise Numérica de Equações Diferenciais Parciais**

#### 9.4.1.1. Title of curricular unit:

**Numerical Analysis of Partial Differential Equations**

#### 9.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:

**ANAA**

#### 9.4.1.3. Duração:

**Semestral**

**9.4.1.4. Horas de trabalho:**

252.0

**9.4.1.5. Horas de contacto:**

TP - 70.0

**9.4.1.6. ECTS:**

9.0

**9.4.1.7. Observações:**

&lt;sem resposta&gt;

**9.4.1.7. Observations:**

&lt;no answer&gt;

**9.4.2. Docente responsável e respetiva carga lectiva na unidade curricular (preencher o nome completo):**

ist12831, Carlos José Santos Alves, 70h/TP

**9.4.3. Outros docentes e respetivas cargas lectivas na unidade curricular:**

&lt;sem resposta&gt;

**9.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):***Adquirir conhecimentos para a resolução numérica de alguns problemas em equações com derivadas parciais (elípticas, parabólicas e hiperbólicas).**Analisar matemática e numericamente métodos de diferenças finitas e métodos de elementos finitos.**Implementar computacionalmente esses métodos.***9.4.4. Learning outcomes of the curricular unit:***Acquire the knowledge for the numerical resolution of some problems in partial differential equations (elliptical, parabolic and hyperbolic type).**To perform a mathematical and numerical analysis of finite difference methods and finite element methods.**To computationally implement these methods and discuss the results.***9.4.5. Conteúdos programáticos:***Métodos de diferenças finitas para problemas elípticos e problemas de evolução.**Discretização por esquemas de diferenças finitas. Métodos explícitos e implícitos.**Análise de convergência. Critério de estabilidade. Teorema de Lax-Richtmyer.**Métodos de elementos finitos. Formulação variacional.**Espaços de Sobolev; distribuições e derivadas generalizadas.**Métodos de Galerkin. Teorema de Lax-Milgram. Lema de Céa, estimativa de erro.**Método dos Elementos Finitos. Elementos finitos de Lagrange e de Hermite.**Interpolação por Elementos Finitos; erro de interpolação. Integração numérica multidimensional.**Triangulação/malhagem; aspectos de implementação computacional.**Variantes e extensões recentes dos métodos de Galerkin ou outras (com ou sem malha).***9.4.5. Syllabus:***Finite difference methods for elliptical and evolution problems.**Discretization by finite difference schemes. Explicit and implicit methods.**Convergence analysis. Stability criterion. Lax-Richtmyer Theorem.**Finite element methods. Variational formulation.**Sobolev Spaces; generalized derivatives and distributions.**Galerkin's methods. Lax-Milgram theorem. Céa's lemma, error estimates.**Finite Element Method. Finite elements of Lagrange and Hermite type.**Finite Element Interpolation; interpolation error. Multidimensional numerical integration.**Triangulation/mesh process; computational aspects regarding the implementation.**Recent variants and extensions of Galerkin type or other methods (with or without mesh).***9.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular***Atendendo aos objetivos de aprendizagem da UC, descritos em 4, qualquer especialista na matéria poderá constatar*

**que todos os pontos dos conteúdos programáticos, descritos em 5, visam dotar os alunos com os conhecimentos e competências necessárias ao seu cumprimento e à aquisição dos referidos objectivos.**

**9.4.6. Demonstration of the syllabus coherence with the curricular unit's learning objectives.**

***In view of the learning objectives of the UC, described in 4, any specialist in the subject will be able to verify that all points of the syllabus, described in 5, aim to provide students with the knowledge and skills necessary for the fulfillment and acquisition of those objectives.***

**9.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):**

***As metodologias de ensino pretendem fomentar a aprendizagem baseada em resolução de problemas e por projectos, reforçando-se a componente prática, a aprendizagem, activa, o trabalho autónomo e a responsabilização do estudante. O modelo de avaliação incorpora Exame/testes, possivelmente com nota mínima, complementado com componente de avaliação contínua (70%). Trabalhos computacionais (30%). Eventual necessidade de discussão oral dos trabalhos, requerida para notas finais iguais ou superiores a 18.***

**9.4.7. Teaching methodologies (including evaluation):**

***The teaching methodologies aim to promote learning based on problem solving and projects, reinforcing the practical component, active learning, autonomous work and student accountability. The assessment model incorporates Exam/tests, subject to a minimum grade, complemented with continuous evaluation components (70%). Computational projects (30%). An oral discussion of the computational projects may be required and is mandatory for students with grades greater than or equal to 18.***

**9.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular.**

***As metodologias de ensino pretendem fomentar a aprendizagem baseada em resolução de problemas e por projectos, reforçando-se a componente prática, a aprendizagem, activa, o trabalho autónomo e a responsabilização do estudante. O modelo de avaliação incorpora elementos de avaliação contínua no âmbito da aprendizagem activa (p. ex, projectos, trabalhos de casa, fichas, etc) compatível com a redução significativa do peso de avaliação por exames (=50%).***

**9.4.8. Demonstration of the coherence between the teaching methodologies and the learning outcomes.**

***The teaching methodology will be based on the transfer of theoretical and practical concepts through the intensive use of problems classes and experimental work. This approach will not only fulfill the objectives, but will also help to level the knowledge of students with different backgrounds.***

**9.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:**

***Mathematical and Numerical Methods for Partial Differential Equations, J. Chaskalovic, 2014, Springer; Partial Differential Equations with Numerical Methods, S. Larsson, V. Thomee, 2009, Springer; Numerical Partial Differential Equations: Finite Difference Methods. Springer-Verlag, J.W. Thomas, 1995, Springer-Verlag; Numerical Approximation of Partial Differential Equations., A. Quarteroni, A. Valli, 1994, Springer-Verlag***

**Anexo II - Mecânica Geométrica**

**9.4.1.1. Designação da unidade curricular:**

***Mecânica Geométrica***

**9.4.1.1. Title of curricular unit:**

***Geometric Mechanics***

**9.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:**

***EDSD***

**9.4.1.3. Duração:**

***Semestral***

**9.4.1.4. Horas de trabalho:**

***168.0***

**9.4.1.5. Horas de contacto:**

***TP - 49.0***

**9.4.1.6. ECTS:****6.0****9.4.1.7. Observações:****<sem resposta>****9.4.1.7. Observations:****<no answer>****9.4.2. Docente responsável e respetiva carga lectiva na unidade curricular (preencher o nome completo):*****Luís Manuel Gonçalves Barreira 0.0*****9.4.3. Outros docentes e respetivas cargas lectivas na unidade curricular:*****ist13389, José António Maciel Natário, 49h/TP*****9.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):**

***Saber calcular a conexão de Levi-Civita de uma variedade Riemanniana. Saber definir sistema mecânico numa variedade Riemanniana e calcular as suas trajectórias. Conhecer exemplos clássicos de sistemas conservativos, e.g. o corpo rígido com um ponto fixo. Saber identificar restrições holónomas e não holónomas. Saber escrever as equações de Euler-Lagrange e aplicar o Teorema de Noether. Conhecer as noções básicas de geometria simplética e de Poisson. Saber identificar sistemas completamente integráveis. Saber usar simetria para efetuar redução em variedades de Poisson. Conhecer as noções básicas de Teoria de Controlo Geométrico, incluindo sistemas não holónomos. Saber aplicar o Princípio do Máximo para calcular controlos ótimos. Conhecer as noções básicas de geometria Lorentziana e a equação de Einstein, a solução de Schwarzschild e a relação com buracos negros, e os modelos cosmológicos de Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker.***

**9.4.4. Learning outcomes of the curricular unit:**

***Computing the Levi-Civita connection of a Riemannian manifold. Defining mechanical system on a Riemannian manifold and computing the corresponding trajectories. Being familiar with some classical examples of conservative systems, e.g. the rigid body with one fixed point. Identifying holonomic and nonholonomic constraints. Writing the Euler-Lagrange equations and applying Noether's Theorem. Being familiar with the basic notions of symplectic and Poisson geometry. Identifying completely integrable systems. Using symmetry to perform reduction on Poisson manifolds. Being familiar with the basic notions of Geometric Control Theory, including nonholonomic systems. Applying the Maximum Principle to compute optimal controls. Being familiar with the basic notions of Lorentzian geometry and the Einstein equation, the Schwarzschild solution and its relation with black holes, and the Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker cosmological models.***

**9.4.5. Conteúdos programáticos:**

***Elementos de Geometria Diferencial: Variedades diferenciáveis. Conexões e paralelismo. Variedades Riemannianas e conexão de Levi-Civita.***

***Sistemas Mecânicos em Variedades Riemannianas: Definição e exemplos clássicos. Sistemas conservativos. Restrições holónomas e restrições não holónomas.***

***Mecânica Hamiltoniana: Mecânica Lagrangeana em variedades. Teorema de Noether. Transformação de Legendre. Geometria simplética e geometria de Poisson. Sistemas completamente integráveis. Simetria e redução.***

***Controlo Geométrico: Controlabilidade, acessibilidade e estabilização. Controlo de sistemas não holónomos. Controlo ótimo e Princípio do Máximo.***

***Relatividade: Espaço-tempo de Minkowski. Variedades Lorentzianas e equação de Einstein. Solução de Schwarzschild. Buracos negros. Cosmologia.***

**9.4.5. Syllabus:**

***Elements of Differential Geometry: Differentiable manifolds. Connections and parallelism. Riemannian Manifolds and Levi-Civita connection.***

***Mechanical Systems on Riemannian Manifolds: Definition and classical examples. Conservative systems. Holonomic and nonholonomic constraints.***

***Hamiltonian Mechanics: Lagrangean mechanics on manifolds. Noether's Theorem. Legendre's Transformation.***

***Symplectic geometry and Poisson geometry. Completely integrable systems. Symmetry and reduction.***

***Geometric Control: Controlability, accessibility and stabilization. Control of nonholonomic systems. Optimal control and the Maximum Principle.***

***Relativity: Minkowski's spacetime. Lorentzian manifolds and Einstein's equation. The Schwarzschild solution. Black holes. Cosmology.***

**9.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular *Atendendo aos objetivos de aprendizagem da UC, descritos em 4, os pontos dos conteúdos programáticos, descritos em 5, visam dotar os alunos dos conhecimentos e das competências necessários ao seu cumprimento e portanto à concretização dos referidos objetivos.***

**9.4.6. Demonstration of the syllabus coherence with the curricular unit's learning objectives. *Taking into account the learning objectives of the UC, described in 4, the points in the programmatic content, described in 5, intend to give the students the knowledge and competence that are necessary for their fulfillment and so to attain those same objectives.***

**9.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída): *As metodologias de ensino pretendem fomentar a aprendizagem baseada em resolução de problemas e por projectos, reforçando-se a componente prática, a aprendizagem, activa, o trabalho autónomo e a responsabilização do estudante. O modelo de avaliação incorpora Séries de Exercícios e/ou Exame Final, eventualmente complementados com exposições orais.***

**9.4.7. Teaching methodologies (including evaluation): *The teaching methodologies aim to promote learning based on problem solving and projects, reinforcing the practical component, active learning, autonomous work and student accountability. The assessment model incorporates Series of Exercises and/or Final Exam, eventually complemented with oral expositions.***

**9.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular. *A metodologia de ensino basear-se-á na transferência de conceitos teóricos e práticos através de aulas teóricas e de resolução de problemas. Esta abordagem, com avaliação por séries de exercícios e/ou exame final, eventualmente complementados com exposições orais, permitirá cumprir os objetivos da UC, bem como dotar os alunos de uma formação relevante na área.***

**9.4.8. Demonstration of the coherence between the teaching methodologies and the learning outcomes. *The teaching method shall be based on the transfer of theoretical and practical concepts through theoretical classes and classes of resolution of problems. This approach, with evaluation by series of exercises and/or final exam, eventually complemented with oral expositions, will allow to fulfill the objectives of the UC, as well as to give the students a relevant education in the area.***

**9.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória: *Mathematical Methods of Classical Mechanics, V. Arnold, 1989, Springer.***

***Nonholonomic Mechanics and Control, A. Bloch, 2010, Springer.***

***An Introduction to Riemannian Geometry with Applications to Mechanics and Relativity, L. Godinho e J. Natário, 2014, Springer.***

***Introduction to Mechanics and Symmetry, J. Marsden e T. Ratiu, 2002, Springer.***

***Geometric Mechanics, W. Oliva, 2002, Springer.***

## **Anexo II - Métodos de Álgebra e Geometria em Engenharia e Física**

**9.4.1.1. Designação da unidade curricular: *Métodos de Álgebra e Geometria em Engenharia e Física***

**9.4.1.1. Title of curricular unit: *Algebraic and Geometric Methods in Engineering and Physics***

**9.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:****FM****9.4.1.3. Duração:****Semestral****9.4.1.4. Horas de trabalho:****168.0****9.4.1.5. Horas de contacto:****TP - 49.0****9.4.1.6. ECTS:****6.0****9.4.1.7. Observações:****<sem resposta>****9.4.1.7. Observations:****<no answer>****9.4.2. Docente responsável e respetiva carga lectiva na unidade curricular (preencher o nome completo):****ist12816, José Manuel Vergueiro Monteiro Cidade Mourão, 0h****9.4.3. Outros docentes e respetivas cargas lectivas na unidade curricular:****ist13389, José Maciel Natário, 49h/TP****9.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):**

**Introduzir tópicos de álgebra, geometria e topologia e dar exemplos de aplicações em física e engenharia, tendo em vista alunos de física e engenharia com vontade de aprender mais matemática, com aplicações recentes a segurança da informação, física de partículas, ciência de dados, robótica, estabilidade de edifícios, etc. Útil também para alunos de matemática interessados em aplicações recentes da matemática.**

**9.4.4. Learning outcomes of the curricular unit:**

**To introduce topics of algebra, geometry and topology and to give examples of their applications in physics and engineering. This course is adequate to physics and engineering students interested in learning more mathematics with applications to e.g. information security, particle physics, data science, robotics, structural stability, etc. Useful also to mathematics students interested in recent applications of mathematics.**

**9.4.5. Conteúdos programáticos:**

**Tópicos de álgebra e aplicações: Relações num conjunto. Grupos, ações de grupos e representações de grupos finitos. Aplicações: segurança da informação. Vibrações de estruturas simétricas.**

**Tópicos de geometria e topologia e aplicações: Elementos de topologia. Espaços topológicos e espaços métricos. Grupo fundamental. Complexos simpliciais e homologia. Variedades e campos tensoriais. Variedades Riemannianas. Integração de formas e cohomologia de De Rham. Fluxos de campos vetoriais. Derivadas de Lie e invariâncias de campos tensoriais. Aplicações: homologia persistente e ciência de dados.**

**Álgebras de Lie, grupos de Lie e aplicações: grupos e álgebras de Lie. Grupos de Lie compactos simples e as suas álgebras de Lie. Sistemas de raízes. Elementos da teoria de representações. Ações de grupos de Lie em variedades. Aplicações: Modelos cosmológicos. Aplicações de grassmanianas e variedades bandeira à estática e dinâmica de robots. Física de partículas e teorias de unificação.**

**9.4.5. Syllabus:**

**Topics of algebra and applications: Relations in a set. Groups, actions and representations of finite groups. Applications: information security. Vibrations of symmetric structures.**

**Topics of geometry and topology and applications: elements of topology. Topological spaces and metric spaces. Fundamental group. Simplicial complexes and homology. Manifolds and tensor fields. Riemannian manifolds. Forms**

**and integration. De Rham cohomology. Flows of vector fields. Lie derivatives and symmetry group of a tensor field. Applications: data science and persistent homology.**

**Lie algebras, Lie groups and applications: Lie groups and Lie algebras. Compact Lie groups and their Lie algebras. Root systems. Elements of the theory of representations. Lie group actions on manifolds. Applications: Cosmological models. Applications of grassmanians and flag manifolds to statics and dynamics of robots. Particle physics and theories of unification.**

**9.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular. Atendendo aos objetivos de aprendizagem da UC, descritos em 4, é possível constatar que todos os pontos dos conteúdos programáticos, descritos em 5, visam dotar os alunos com os conhecimentos e competências necessários ao seu cumprimento e à aquisição dos referidos objetivos.**

**9.4.6. Demonstration of the syllabus coherence with the curricular unit's learning objectives. Taking into account the objectives of the course described in 4, it is possible to observe that all the topics described in 5 aim at giving the students the knowledge and the skills for attaining the aims.**

**9.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):  
As metodologias de ensino pretendem fomentar a aprendizagem baseada em resolução de problemas e por projectos, reforçando-se a componente prática, a aprendizagem, activa, o trabalho autónomo e a responsabilização do estudante. O modelo de avaliação incorpora Testes/exame, trabalhos escritos e apresentação oral.**

**9.4.7. Teaching methodologies (including evaluation):  
The teaching methodologies aim to promote learning based on problem solving and projects, reinforcing the practical component, active learning, autonomous work and student accountability. The assessment model incorporates Tests/exam, written essays, oral presentation.**

**9.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular. A metodologia de ensino basear-se-á na transferência de conceitos, resultados e aplicações através da utilização intensiva de aulas de demonstração e exercícios. Esta abordagem permitirá não só cumprir os objetivos como aprofundar os conhecimento dos estudantes.**

**9.4.8. Demonstration of the coherence between the teaching methodologies and the learning outcomes. The strategy is to provide the concepts, results, techniques and applications through intensive lectures and classes involving proofs and exercises. In this way, we hope to increase the knowledge of the students in the target subjects.**

**9.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:  
Algebraic and Geometric Methods in Engineering and Physics, J. Mourão, J. Natário and J.P. Nunes, 2020, Course Notes; An Introduction to Riemannian Geometry with Applications to Mechanics and Relativity, L. Godinho, J. Natario, 1984, Springer; Concrete abstract algebra. From numbers to Gröbner basis, N. Lauritzen, 2003, Cambridge Univ Press; Groups and Symmetries. From Finite Groups to Lie Groups, Y. Kosmann-Schwarzbach, 2010, Springer; Homogeneous relativistic cosmologies, M. Ryan and L. Shepley, 1975, Princeton Univ Press; Introduction to Applied Algebraic Topology, T. Needham, 2019, Course notes; Lie Groups, Lie Algebras, and Representations An Elementary Introduction, B. Hall, 2015, Springer; Optimal Analysis of Structures by Concepts of Symmetry and Regularity, A. Kaveh, 2013, Springer; Persistent homology – a survey, H. Edelsbrunner and J. Harer, 2008, Contemporary Math; Representation Theory of Finite Groups. An Introductory Approach, B. Steinberg, 2012, Springer**

## **Anexo II - Fiabilidade e Controlo de Qualidade**

**9.4.1.1. Designação da unidade curricular:  
Fiabilidade e Controlo de Qualidade**

**9.4.1.1. Title of curricular unit:  
Reliability and Quality Control**

**9.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:  
PE**

**9.4.1.3. Duração:**

**Semestral**

9.4.1.4. Horas de trabalho:  
252.0

9.4.1.5. Horas de contacto:  
TP - 70.0

9.4.1.6. ECTS:  
9.0

9.4.1.7. Observações:  
<sem resposta>

9.4.1.7. Observations:  
<no answer>

9.4.2. Docente responsável e respetiva carga lectiva na unidade curricular (preencher o nome completo):  
*ist13114, Manuel João Cabral Moraes, 70h/TP*

9.4.3. Outros docentes e respetivas cargas lectivas na unidade curricular:  
<sem resposta>

9.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):  
*Iniciar os estudantes em duas áreas importantes da Estatística Industrial - Fiabilidade e Controlo de Qualidade-, tendo em vista o domínio de fundamentos de técnicas de avaliação da fiabilidade de sistemas, estratégias de manutenção de equipamento, testes de vida acelerados, cartas de controlo e amostragem de aceitação.*

9.4.4. Learning outcomes of the curricular unit:  
*To introduce students to two important areas of Industrial Statistics: Reliability and Quality Control, aiming at mastering the fundamentals of system reliability assessment, maintenance strategies, accelerated life testing, control charts, and acceptance sampling.*

9.4.5. Conteúdos programáticos:

**Part I - Reliability**

1. Basic concepts in reliability.
2. Order statistics and lifetimes of some usual structures in reliability.
3. Stochastic ageing and the hazard rate function.
4. Important parametric models in reliability.
5. Inferences for different types of life tests.
6. Maintenance strategies.
7. Accelerated life testing.

**Part II - Quality Control**

8. Introduction to statistical process control.
- 9-11. Quality control schemes: Shewhart schemes for attributes and variables; Markovian (CUSUM e EWMA) schemes; schemes with variable sampling intervals.
12. Process-capability analysis.
13. Acceptance sampling: single sampling plans for attributes - with or without rectifying inspection; double sampling plans for attributes - with or without rectifying inspection/curtailment; sampling plans by variables.

9.4.5. Syllabus:

**Part I - Reliability**

1. Basic concepts in reliability.
2. Order statistics and lifetimes of some usual structures in reliability.
3. Stochastic ageing and the hazard rate function.
4. Important parametric models in reliability.
5. Inferences for different types of life tests.
6. Maintenance strategies.
7. Accelerated life testing.

**Part II - Quality Control****8. Introduction to statistical process control.**

**9-11. Quality control schemes: Shewhart schemes for attributes and variables; Markovian (CUSUM e EWMA) schemes; schemes with variable sampling intervals.**

**12. Process-capability analysis.**

**13. Acceptance sampling: single sampling plans for attributes - with or without rectifying inspection; double sampling plans for attributes - with or without rectifying inspection/curtailment; sampling plans by variables.**

**9.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular**  
*Atendendo aos objetivos de aprendizagem da UC, descritos em 4, qualquer especialista na matéria poderá constatar que todos os pontos dos conteúdos programáticos, descritos em 5, visam dotar os alunos com os conhecimentos e competências necessárias ao seu cumprimento e à aquisição dos referidos objetivos.*

**9.4.6. Demonstration of the syllabus coherence with the curricular unit's learning objectives.**  
*Given the learning objectives of the UC, described in 4, any specialist in the field will be able to see that all the points of the program content, described in 5, aim to provide students with the knowledge and skills necessary to meet and acquire these objectives.*

**9.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):**

*As metodologias de ensino pretendem fomentar a aprendizagem baseada em resolução de problemas, reforçando-se a componente prática, a aprendizagem activa, o trabalho autónomo e a responsabilização do estudante. O modelo de avaliação não incorpora elementos de avaliação contínua mas é promovida a elaboração de trabalhos de casa por forma a preparar os estudantes para as provas de avaliação.*

**9.4.7. Teaching methodologies (including evaluation):**

*Teaching methodologies aim to foster problem-solving-based learning by strengthening the practical component, active learning, autonomous work and student empowerment. The assessment model does not incorporate elements of continuous assessment but homework is promoted in order to prepare students for the assessment tests.*

**9.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular.**

*Os métodos de ensino foram concebidos de modo a que os alunos possam desenvolver um conhecimento abrangente, assegurando a conformidade com os objetivos da unidade curricular.*

**9.4.8. Demonstration of the coherence between the teaching methodologies and the learning outcomes.**

*The teaching methods have been designed in such a way that students can develop a comprehensive knowledge, ensuring compliance with the objectives of the curriculum unit.*

**9.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:**

*Mathematical Theory of Reliability, Barlow, R.E. and Proschan, F., 1996, SIAM (Classics in Applied Mathematics), Philadelphia; Reliability and Life Testing., Barlow, R.E. and Proschan, , 1975, Holt, Rinehart and Winston, New York.; Statistical Methods for Reliability Data: Probability Models, Meeker, W.Q. and Escobar, L.A. , 1998, Wiley, New York; Introduction to Statistical Quality Control, Montgomery, D.C., 2009, Sixth edition, Wiley, New York.; Notas de Apoio de Fiabilidade e Controlo de Qualidade, Morais, M.C., 2013, Departamento de Matemática, IST, UL*

**Anexo II - Teoria de Galois e Álgebra Comutativa**

**9.4.1.1. Designação da unidade curricular:**

*Teoria de Galois e Álgebra Comutativa*

**9.4.1.1. Title of curricular unit:**

*Galois Theory and Commutative Algebra*

**9.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:**

*AlgTop*

**9.4.1.3. Duração:**

*Semestral*

**9.4.1.4. Horas de trabalho:***252.0***9.4.1.5. Horas de contacto:***TP - 70.0***9.4.1.6. ECTS:***9.0***9.4.1.7. Observações:***<sem resposta>***9.4.1.7. Observations:***<no answer>***9.4.2. Docente responsável e respetiva carga lectiva na unidade curricular (preencher o nome completo):***ist13938, Maria da Conceição Pizarro de Melo Telo Rasquilha Vaz Pinto, 70h/TP***9.4.3. Outros docentes e respetivas cargas lectivas na unidade curricular:***<sem resposta>***9.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):***Introduzir conhecimentos sobre álgebra comutativa e a sua relação com a geometria algébrica.***9.4.4. Learning outcomes of the curricular unit:***To introduce Galois theory and also commutative algebra and its relation to algebraic geometry.***9.4.5. Conteúdos programáticos:***Teoria de Galois: Extensões de corpos. Extensões de decomposição. Extensões separáveis. Grupo de Galois. Teorema de Galois.**Álgebra comutativa: Anéis e módulos Noetherianos e Artinianos. Teorema da base de Hilbert. O teorema de Cayley-Hamilton e o lema de Nakayama. Primos associados. Álgebras sobre anéis. "Going-up" e "going-down" para ideais primos. Extensões finitas e integrais e teorema de normalização de Noether. O Nullstellensatz e o espectro de um anel. Variedades afins. Localização. Funções e aplicações racionais em variedades afins. Dimensão.***9.4.5. Syllabus:***Galois theory: Field extensions. Decomposition extensions. Separable extensions. Galois group. Galois theorem.**Commutative algebra: Noetherian and Artinian rings and modules. Hilbert's basis theorem. The Cayley-Hamilton theorem and Nakayama's lemma. Associated primes. Algebras over rings. Going-up and going-down for prime ideals. Finite and integral extensions and Noether's normalization theorem. The Nullstellensatz and the spectrum of a ring. Affine varieties. Localization. Rational functions and rational maps on affine varieties. Dimension.***9.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular***The syllabus described above gives the students the knowledge they need to attain the curricular unit's objectives.***9.4.6. Demonstration of the syllabus coherence with the curricular unit's learning objectives.***The syllabus described above gives the students the knowledge they need to attain the curricular unit's objectives.***9.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):***As metodologias de ensino pretendem fomentar a aprendizagem baseada em resolução de problemas e por projectos, reforçando-se a componente prática, a aprendizagem, activa, o trabalho autónomo e a responsabilização do estudante. O modelo de avaliação incorpora Avaliação contínua, incluindo testes realizados nas aulas, e exame final.***9.4.7. Teaching methodologies (including evaluation):***The teaching methodologies aim to promote learning based on problem solving and projects, reinforcing the practical component, active learning, autonomous work and student accountability. The assessment model incorporates*

**Continuous assessment, for instance by written tests during classes, and a final exam.**

**9.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular.**  
*The teaching methodologies were designed in a way such that students could develop knowledge in conformity with the curricular unit's objectives.*

**9.4.8. Demonstration of the coherence between the teaching methodologies and the learning outcomes.**  
*The teaching methodologies were designed in a way such that students could develop knowledge in conformity with the curricular unit's objectives.*

**9.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:**  
*Abstract Algebra, D.S. Dummit, R.M. Foote, 1999, Prentice-Hall; Algebra, T.W. Hungerford, 1980, GTM, Vol. 73, Springer-Verlag; Undergraduate Commutative Algebra, M. Reid, 1996, London Mathematical Society Student Texts, 29F*

## **Anexo II - Introdução aos Processos Estocásticos**

**9.4.1.1. Designação da unidade curricular:**  
*Introdução aos Processos Estocásticos*

**9.4.1.1. Title of curricular unit:**  
*Introduction to Stochastic Processes*

**9.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:**  
*PE*

**9.4.1.3. Duração:**  
*Semestral*

**9.4.1.4. Horas de trabalho:**  
*168.0*

**9.4.1.5. Horas de contacto:**  
*TP - 49.0*

**9.4.1.6. ECTS:**  
*6.0*

**9.4.1.7. Observações:**  
*<sem resposta>*

**9.4.1.7. Observations:**  
*<no answer>*

**9.4.2. Docente responsável e respetiva carga lectiva na unidade curricular (preencher o nome completo):**  
*ist132007, Ana Maria Santos Ferreira Gorjão Henriques, 49h/TP*

**9.4.3. Outros docentes e respetivas cargas lectivas na unidade curricular:**  
*<sem resposta>*

**9.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):**  
*Desenvolver nos alunos aptidões para a modelação de processos estocásticos, e para o reconhecimento e utilização dos seus tipos mais comuns tais como os processos de Poisson, processos de Markov e de renovamento, e movimento Browniano.*  
*Os alunos devem compreender e conseguir reproduzir as suas propriedades fundamentais, saber resolver problemas básicos associados, bem como identificar e adaptar os diferentes tipos de processos a diversos contextos e aplicações.*

**9.4.4. Learning outcomes of the curricular unit:**

*The students should be able to identify and use the most common stochastic models like the Poisson process, Markov and renewal processes and Brownian motion.*

*They should understand and be able to reproduce their most fundamental properties; to solve basic problems associated to these, as well as to identify and adapt the most suitable processes in different situations and applied contexts.*

**9.4.5. Conteúdos programáticos:**

*1. Processos estocásticos - processos aleatórios a ocorrer no espaço ou no tempo - e sua caracterização; questões estudadas no âmbito dos processos estocásticos; os processos elementares de Bernoulli, Poisson e suas variantes.*

*2. Cadeias de Markov em tempo discreto: comportamentos transiente e recorrente; classificação de estados; teoremas limite. Aplicações incluindo o passeio aleatório e processos de ramificação.*

*3. Processos de renascimento; teoremas fundamentais. Aplicações incluindo a problemas de manutenção.*

*4. Cadeias de Markov em tempo contínuo: equações diferenciais de Kolmogorov e probabilidades limite; classificação de estados. Aplicações a processos de nascimento e morte e sistemas de filas de espera.*

*5. Movimento Browniano, essencial em inúmeras áreas como estatística não-paramétrica e Física; modelo limite do passeio aleatório normalizado; propriedades elementares; processos derivados do movimento Browniano.*

**9.4.5. Syllabus:**

*1. Stochastic processes - random processes in time or space - and its characterizations; most common problems in the field; the basic Bernoulli and Poisson processes and extensions.*

*2. Markov chains in discrete time: transition probabilities; transient/recurrent properties; state classifications; limit theorems. Applications including branching processes.*

*3. Renewal processes; fundamental theorems. Applications to e.g. maintenance problems.*

*4. Markov chains in continuous time: Kolmogorov differential equations and limiting probabilities; state classifications. Applications including birth-death processes and queueing systems.*

*5. Brownian motion as an essential model in many fields ranging from Non-Parametric Statistics to other sciences as Physics; as a limiting process of the scaled random walk; elementary properties, extensions and variations.*

**9.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular**

*Atendendo aos objetivos de aprendizagem da UC, descritos em 4, é possível constatar que todos os pontos dos conteúdos programáticos, descritos em 5, visam dotar os alunos com os conhecimentos e competências necessários ao seu cumprimento e à aquisição dos referidos objetivos.*

**9.4.6. Demonstration of the syllabus coherence with the curricular unit's learning objectives.**

*Taking into account the objectives of the course described in 4, it is possible to observe that all the topics described in 5 aim at giving the students the knowledge and the skills for attaining the aims.*

**9.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):**

*As metodologias de ensino pretendem fomentar a aprendizagem baseada em resolução de problemas e por projectos, reforçando-se a componente prática, a aprendizagem, activa, o trabalho autónomo e a responsabilização do estudante. O modelo de avaliação incorpora uma componente individual escrita (50% Testes/Exame com nota mínima a especificar), e trabalho de grupo com relatório escrito e apresentação oral (50%).*

**9.4.7. Teaching methodologies (including evaluation):**

*The teaching methodologies aim to promote learning based on problem solving and projects, reinforcing the practical component, active learning, autonomous work and student accountability. The assessment model incorporates a written individual evaluation (50% Tests/Exam with a minimum grade to specify), and a group written project with oral presentation (50%).*

**9.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular.**

***A metodologia de ensino basear-se-á na transferência de conceitos, resultados e aplicações através da utilização intensiva de aulas de demonstração e exercícios. Esta abordagem permitirá não só cumprir os objetivos como aprofundar os conhecimentos dos estudantes.***

**9.4.8. Demonstration of the coherence between the teaching methodologies and the learning outcomes.**  
***The strategy is to provide the concepts, results, techniques and applications through intensive lectures and classes involving proofs and exercises. In this way, we hope to increase the knowledge of the students in the target subjects.***

**9.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:**  
***Introduction to Stochastic Processes, Erhan Cinlar, 2013, (First published: 1975) Prentice-Hall, New Jersey; Introduction to Probability Models, S. M. Ross, 2007, (First published: 1972), Academic Press, San Diego, California; Stochastic Processes, S. M. Ross, 1995, (First published: 1983), John Wiley & Sons, New York. ; Adventures in Stochastic Processes, S. Resnick, 1992, Birkhäuser, Boston***

## **Anexo II - Estatística Bayesiana Aplicada**

**9.4.1.1. Designação da unidade curricular:**  
***Estatística Bayesiana Aplicada***

**9.4.1.1. Title of curricular unit:**  
***Applied Bayesian Statistics***

**9.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:**  
***PE***

**9.4.1.3. Duração:**  
***Semestral***

**9.4.1.4. Horas de trabalho:**  
***252.0***

**9.4.1.5. Horas de contacto:**  
***TP - 70.0***

**9.4.1.6. ECTS:**  
***9.0***

**9.4.1.7. Observações:**  
***<sem resposta>***

**9.4.1.7. Observations:**  
***<no answer>***

**9.4.2. Docente responsável e respetiva carga lectiva na unidade curricular (preencher o nome completo):**  
***ist13231, Giovanni Loiola da Silva, 70h/TP***

**9.4.3. Outros docentes e respetivas cargas lectivas na unidade curricular:**  
***<sem resposta>***

**9.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):**  
***Introduzir métodos bayesianos analíticos e computacionais (métodos de Monte Carlo tradicionais e iterativos com base em cadeias de Markov), com destaque para a sua profusa aplicação a problemas práticos envolvendo variados modelos estatísticos.***

**9.4.4. Learning outcomes of the curricular unit:**  
***Introduce computational and analytical Bayesian methods (traditional and Markov chain-based Monte Carlo methods)***

*with emphasis on their profuse application to practical problems involving various statistical models.*

#### 9.4.5. Conteúdos programáticos:

*Introdução aos conceitos fundamentais da Estatística Bayesiana. Métodos de Monte Carlo clássicos e baseados em cadeias de Markov: algoritmos Gibbs e Metropolis-Hasting. Algoritmo de aproximações de Laplace encaixadas e integradas. Estimação e predição. Seleção e comparação de modelos. Aplicações a variados problemas estatísticos: Análise de modelos lineares generalizados. Análise de dados categorizados. Análise de fiabilidade e de sobrevivência. Análise de dados espaciais e temporais.*

#### 9.4.5. Syllabus:

*Introduction to the fundamental concepts of Bayesian Statistics. Classical and Markov chain-based Monte Carlo methods: Gibbs and Metropolis-Hasting algorithms. Integrated Nested Laplace Approximations algorithm. Estimation and prediction. Model selection and comparison. Applications to various statistical problems: Analysis of generalized linear models. Analysis of categorized data. Reliability and survival analysis. Spatial and temporal data analysis.*

#### 9.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular

*Atendendo aos objetivos de aprendizagem da UC, descritos em 4, qualquer especialista na matéria poderá constatar que todos os pontos dos conteúdos programáticos, descritos em 5, visam dotar os alunos com os conhecimentos e competências necessárias ao seu cumprimento e à aquisição dos referidos objetivos. Os conteúdos programáticos abrangem os principais tópicos de estatística bayesiana aplicada permitindo ao aluno rever e aprofundar conhecimentos antecedentes, bem como adquirir novos conhecimentos úteis à sua atividade como profissional de matemática/estatística capacitando-o, ainda, para outras aprendizagens através de pesquisa autónoma. São fornecidas as bases teóricas, os conceitos essenciais e exemplos de aplicação, solicitando-se aos alunos o estudo dos conteúdos e a resolução de exercícios de aplicação.*

#### 9.4.6. Demonstration of the syllabus coherence with the curricular unit's learning objectives.

*In view of the learning objectives of the UC, described in 4, any specialist in the subject will be able to see that all the points of the syllabus, described in 5, aim to provide students with the knowledge and skills necessary for their fulfillment and the acquisition of those objectives. The syllabus contents cover the main topics of applied Bayesian statistics allowing the student to review and deepen background knowledge, as well as acquire new knowledge useful to his activity as a mathematics / statistics professional, further qualifying him for further learning through autonomous research. Theoretical bases, essential concepts and application examples are provided, students are asked to study the contents and solve application exercises.*

#### 9.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

*As metodologias de ensino pretendem fomentar a aprendizagem baseada em conceitos fundamentais dos tópicos abordados e na resolução de problemas e por projetos, destacando-se a componente prática, a aprendizagem ativa, o trabalho autónomo e a responsabilização do estudante. O modelo de avaliação incorpora elementos de avaliação contínua no âmbito da aprendizagem ativa (e.g., projetos) ponderada por avaliação por testes (<=70%).*

#### 9.4.7. Teaching methodologies (including evaluation):

*The teaching methodologies aim to foster learning based on fundamental concepts of the topics covered, problem solving and projects, with emphasis on the practical component, active learning, autonomous work and student accountability. The assessment model incorporates elements of continuous assessment in the context of active learning (e.g., projects) weighted by test assessment (<=70%).*

#### 9.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular.

*A metodologia de ensino basear-se-á na transferência de conceitos teóricos e práticos através da utilização intensiva de aulas de demonstração e trabalhos aplicados. Esta abordagem permitirá não só cumprir os objetivos como auxiliar o nivelamento do conhecimento de estudantes com diferentes proveniências e formações. Os métodos de ensino foram concebidos de modo a que os alunos possam desenvolver um conhecimento abrangente, assegurando a conformidade com os objetivos da unidade curricular. A realização de trabalhos práticos permite o confronto com problemas reais.*

#### 9.4.8. Demonstration of the coherence between the teaching methodologies and the learning outcomes.

*The teaching methodology will be based on the transfer of theoretical and practical concepts through the intensive use of demonstration classes and applied reports. This approach will not only fulfill the objectives, but will also help to level the knowledge of students with different backgrounds and backgrounds. Teaching methods have been designed so that students can develop comprehensive knowledge, ensuring compliance with the objectives of the course. Practical work allows confrontation with real problems.*

#### 9.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:

*Estatística Bayesiana, C.D. Paulino, A. Amaral Turkman, B. Murteira, G.L. Silva, 2018, 2ª Edição, Fundação Calouste Gulbenkian.; Computational Bayesian Statistics: An Introduction, Amaral Turkman, A., Paulino, C.D., Muller, P., 2019, Cambridge University Press*

## **Anexo II - Seminário de Investigação e Relatório B**

### **9.4.1.1. Designação da unidade curricular:**

*Seminário de Investigação e Relatório B*

### **9.4.1.1. Title of curricular unit:**

*Research Seminar and Report B*

### **9.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:**

*CT*

### **9.4.1.3. Duração:**

*Semestral*

### **9.4.1.4. Horas de trabalho:**

*84.0*

### **9.4.1.5. Horas de contacto:**

*S 14, OT 7*

### **9.4.1.6. ECTS:**

*3.0*

### **9.4.1.7. Observações:**

*<sem resposta>*

### **9.4.1.7. Observations:**

*<no answer>*

### **9.4.2. Docente responsável e respetiva carga lectiva na unidade curricular (preencher o nome completo):**

*ist12376, Pedro Alves Martins da Silva Girão, 3h*

### **9.4.3. Outros docentes e respetivas cargas lectivas na unidade curricular:**

*<sem resposta>*

### **9.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):**

*Adquirir cultura específica da área da Matemática.*

### **9.4.4. Learning outcomes of the curricular unit:**

*General knowledge of Mathematics*

### **9.4.5. Conteúdos programáticos:**

*Seminários sobre tópicos fundamentais de Matemática*

### **9.4.5. Syllabus:**

*Seminars covering fundamental topics of Mathematics*

### **9.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular**

*Os temas propostos aos alunos vão ao encontro dos objetivos da UC.*

### **9.4.6. Demonstration of the syllabus coherence with the curricular unit's learning objectives.**

*The topics proposed to the students are chosen according to the goals of this CU.*

**9.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):**

*As metodologias de ensino pretendem fomentar a aprendizagem baseada em resolução de problemas e por projectos, reforçando-se a componente prática, a aprendizagem, activa, o trabalho autónomo e a responsabilização do estudante. O modelo de avaliação incorpora elementos de avaliação contínua no âmbito da aprendizagem ativa (p. ex, projectos, trabalhos de casa, fichas, etc) compatível com a redução significativa do peso de avaliação por exames ( $\leq 50\%$ ).*

**9.4.7. Teaching methodologies (including evaluation):**

*The teaching methodologies aim to promote learning based on problem solving and projects, reinforcing the practical component, active learning, autonomous work and student accountability. The assessment model incorporates elements of continuous assessment in the context of active learning (eg, projects, homework, worksheets, etc.) compatible with the significant reduction of evaluation by exams ( $\leq 50\%$ ).*

**9.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular.**

*Esta metodologia de ensino permite que aluno adquira os conhecimentos de base necessários para estudar e trabalhar no tema proposto.*

**9.4.8. Demonstration of the coherence between the teaching methodologies and the learning outcomes.**

*The teaching methodology allows the fulfillment of the intended learning outcomes, as well as the leveling of the knowledge of students with different backgrounds and formations.*

**9.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:**

*Variável (de acordo com os temas propostos).*

**Anexo II - Análise Complexa**

**9.4.1.1. Designação da unidade curricular:**

*Análise Complexa*

**9.4.1.1. Title of curricular unit:**

*Complex Analysis*

**9.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:**

*ARAF*

**9.4.1.3. Duração:**

*Semestral*

**9.4.1.4. Horas de trabalho:**

*168.0*

**9.4.1.5. Horas de contacto:**

*TP - 49.0*

**9.4.1.6. ECTS:**

*6.0*

**9.4.1.7. Observações:**

*<sem resposta>*

**9.4.1.7. Observations:**

*<no answer>*

**9.4.2. Docente responsável e respetiva carga lectiva na unidade curricular (preencher o nome completo):**

*ist12392, Paulo Sérgio De Brito e Silva dos Anjos Lopes, 49h/TP*

**9.4.3. Outros docentes e respetivas cargas lectivas na unidade curricular:**

*<sem resposta>*

**9.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):**

*Dominar conceitos e técnicas da teoria de funções de uma variável complexa.*

**9.4.4. Learning outcomes of the curricular unit:**

*To master concepts and techniques in the theory of functions of one complex variable.*

**9.4.5. Conteúdos programáticos:**

*Funções analíticas e meromorfas (complementos): zeros e polos de funções meromorfas. Lema de Schwarz. Teoremas de Casorati-Weierstrass e Hurwitz. Teorema global de Cauchy.*

*Funções Harmónicas: Operadores de Wirtinger. Teoremas do valor médio e do valor máximo. Prolongamento harmónico. Fórmulas de Poisson e de Schwarz. Desigualdade de Jensen e fórmula de Poisson-Jensen.*

*Representação de funções inteiras e meromorfas: produtos infinitos. Teoremas de Weierstrass, Hadamard, e Mittag-Leffler.*

*Automorfismos da esfera, do disco e do semi-plano. Famílias normais. Teorema da aplicação de Riemann. Fórmula de Schwarz-Christoffel.*

*Funções univalentes: teoremas de Grönwall e de Koebe, teorema da distorção, método de Löwner.*

*Prolongamento analítico: reflexão de Schwarz, continuação analítica ao longo de um caminho. Teoremas de monodromia e Picard.*

*Funções elípticas.*

*Possíveis tópicos adicionais, e.g. superfícies de Riemann; funções gama e zeta de Riemann; teorema de uniformização.*

**9.4.5. Syllabus:**

*Analytic and meromorphic functions (complments): zeros and poles of meromorphic functions. Schwarz lemma. Casorati-Weierstrass and Hurwitz theorems. Global Cauchy theorem.*

*Harmonic functions: Wirtinger operators. Mean-value and maximum value thorems. Harmonic continuation. Poisson and Schwarz formulas. Jensen's inequality and Poisson-Jensen formula.*

*Representation of entire and meromorphic functions: infinite products. Weierstrass, Hadamard and Mittag-Leffler theorems.*

*Automorphisms of the sphere, disk and half-plane. Normal families. Riemann mapping theorem. Schwarz-Christoffel's formula.*

*Univalent functions: Grönwall and Koebe's theorems, distortion theorem, Löwner's method.*

*Analytic continuation: Schwarz reflection principle, analytic continuation along a path. Monodromy and Picard's theorems.*

*Elliptic functions.*

*Possible further topics, e.g. Riemann surfaces; Gamma and Riemann's zeta function; uniformisation theorem.*

**9.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular**

*Atendendo aos objetivos de aprendizagem da UC, descritos em 4, é possível constatar que todos os pontos dos conteúdos programáticos, descritos em 5, visam dotar os alunos com os conhecimentos e competências necessários ao seu cumprimento e à aquisição dos referidos objetivos.*

**9.4.6. Demonstration of the syllabus coherence with the curricular unit's learning objectives.**

*Taking into account the objectives of the course described in 4, it is possible to observe that all the topics described in 5 aim at giving the students the knowledge and the skills for attaining the aims.*

**9.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):**

*As metodologias de ensino pretendem fomentar a aprendizagem baseada em resolução de problemas e por projectos, reforçando-se a componente prática, a aprendizagem, activa, o trabalho autónomo e a responsabilização do estudante. O modelo de avaliação incorpora exame/testes, possivelmente com nota mínima, complementado com componente de avaliação contínua.*

**9.4.7. Teaching methodologies (including evaluation):**

*The teaching methodologies aim to promote learning based on problem solving and projects, reinforcing the practical component, active learning, autonomous work and student accountability. The assessment model incorporates exam/tests, possibly with minimum grade, complemented with continuous evaluation components.*

**9.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular.**

*A metodologia de ensino basear-se-á na transferência de conceitos, resultados e aplicações através da utilização*

*intensiva de aulas de demonstração e exercícios. Esta abordagem permitirá não só cumprir os objetivos como aprofundar os conhecimentos dos estudantes.*

**9.4.8. Demonstration of the coherence between the teaching methodologies and the learning outcomes.**

*The strategy is to provide the concepts, results, techniques and applications through intensive lectures and classes involving proofs and exercises. In this way, we hope to increase the knowledge of the students in the target subjects.*

**9.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:**

*Complex Analysis, S. Lang, 1999, Springer; Complex Analysis, L. Ahlfors, 1979, McGraw-Hill; Real and Complex Analysis, W. Rudin, 1987, McGraw-Hill.; Functions of one complex variable, J. Conway, 1984, Springer; Análise Complexa, A. Ferreira dos Santos, 1988, AEIST*

**Anexo II - Criptografia e Protocolos de Segurança**

**9.4.1.1. Designação da unidade curricular:**

*Criptografia e Protocolos de Segurança*

**9.4.1.1. Title of curricular unit:**

*Cryptography and Security Protocols*

**9.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:**

*LogComp*

**9.4.1.3. Duração:**

*Semestral*

**9.4.1.4. Horas de trabalho:**

*168.0*

**9.4.1.5. Horas de contacto:**

*TP - 49.0*

**9.4.1.6. ECTS:**

*6.0*

**9.4.1.7. Observações:**

*<sem resposta>*

**9.4.1.7. Observations:**

*<no answer>*

**9.4.2. Docente responsável e respetiva carga lectiva na unidade curricular (preencher o nome completo):**

*ist13783, Paulo Alexandre Carreira Mateus, 49h/TP*

**9.4.3. Outros docentes e respetivas cargas lectivas na unidade curricular:**

*<sem resposta>*

**9.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):**

*Conhecer os sistemas e protocolos criptográficos em uso, desenvolver protocolos para resolução de problemas específicos e perspectivar desenvolvimentos futuros.*

**9.4.4. Learning outcomes of the curricular unit:**

*Know modern cryptographic systems and protocols, develop protocols to solve specific problems and envisage future developments.*

**9.4.5. Conteúdos programáticos:**

**Sistemas criptográficos de chave privada. Cifras sequenciais. Criptoanálise linear, diferencial e algébrica. Cifras por blocos: DES e AES. Segurança perfeita e computacional. Códigos de autenticação. Sistemas de chave pública e complexidade. RSA. Factorização e primalidade. Criptoanálise quântica: Shor. Sistemas criptográficos elípticos. Criptografia pós-quântica: McEliece, reticulados, outros candidatos. Segurança CPA, CCA, CCA2.**

**Protocolos de chave pública. Esquemas de Assinatura. Funções de dispersão. Esquemas de distribuição de chaves de Diffie-Hellman. Esquema de partilha de segredos de Shamir. Sistemas de prova com conhecimento nulo. Esquemas de Fiat-Shamir. Protocolos de comprometimento. Transferência com esquecimento. Computação segura e aplicações. Distribuição quântica de chaves e criptografia quântica. Composicionalidade de protocolos e modelos de funcionalidades criptográficas.**

#### 9.4.5. Syllabus:

**Symmetric key cryptosystems. Stream ciphers. Linear, differential and algebraic cryptanalysis. Block ciphers: DES and AES. Perfect and computational security. Authentication codes. Public-key cryptosystems and complexity. RSA. Factorization and primality. Quantum cryptanalysis: Shor. Elliptic-curve cryptosystems. Post-Quantum cryptography: McEliece, lattices, other candidates. Security models CPA, CCA, CCA2.**

**Public-key Protocols. Signatures schemes. Cryptographic hash functions. Diffie-Hellman key distribution. Shamir's secret sharing scheme. Zero-knowledge proof systems. Fiat-Shamir. Commitment protocols. Oblivious transfer. Secure computation and applications. Quantum key distribution and quantum cryptography. Composability of protocols and cryptographic functionalities.**

9.4.6. **Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular**  
*Atendendo aos objetivos de aprendizagem da UC, descritos em 4, qualquer especialista na matéria poderá constatar que todos os pontos dos conteúdos programáticos, descritos em 5, visam dotar os alunos com os conhecimentos e competências necessárias ao seu cumprimento e à aquisição dos referidos objetivos.*

9.4.6. **Demonstration of the syllabus coherence with the curricular unit's learning objectives.**

*Taking into account the objectives of the course described in 4, it is possible to observe that all the topics described in 5 aim at giving the students the knowledge and the skills for attaining the aims.*

9.4.7. **Metodologias de ensino (avaliação incluída):**

*As metodologias de ensino pretendem fomentar a aprendizagem baseada em resolução de problemas e por projectos, reforçando-se a componente prática, a aprendizagem, activa, o trabalho autónomo e a responsabilização do estudante. O modelo de avaliação incorpora Exame 50% e Projeto 50% (avaliado oralmente).*

9.4.7. **Teaching methodologies (including evaluation):**

*The teaching methodologies aim to promote learning based on problem solving and projects, reinforcing the practical component, active learning, autonomous work and student accountability. The assessment model incorporates Exam (50%) and Computational project (50%).*

9.4.8. **Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular.**  
*A metodologia de ensino basear-se-á na transferência de conceitos teóricos e práticos através da utilização intensiva de aulas de demonstração e trabalhos experimentais. Esta abordagem permitirá não só cumprir os objetivos como auxiliará o nivelamento do conhecimento de estudantes com diferentes proveniências e formações.*

9.4.8. **Demonstration of the coherence between the teaching methodologies and the learning outcomes.**

*The teaching methodology will be based on the transfer of theoretical and practical concepts through the intensive use of demonstration classes and experimental work. This approach will not only fulfill the objectives, but will also help to level the knowledge of students with different backgrounds and backgrounds.*

9.4.9. **Bibliografia de consulta/existência obrigatória:**

*Cryptography: Theory and Practice, D. Stinson, 2008, 4th editions CRC Press;  
Lecture Notes in Cryptography, P. Mateus, 2019, DM IST;  
A graduate course in Applied Cryptography, D. Boneh and V. Shoup, 2020, Stanford*

## Anexo II - Métodos Computacionais em Finanças

9.4.1.1. **Designação da unidade curricular:**

*Métodos Computacionais em Finanças*

**9.4.1.1. Title of curricular unit:*****Computational Methods in Finance*****9.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:*****ANAA*****9.4.1.3. Duração:*****Semestral*****9.4.1.4. Horas de trabalho:*****168.0*****9.4.1.5. Horas de contacto:*****TP - 49.0*****9.4.1.6. ECTS:*****6.0*****9.4.1.7. Observações:*****<sem resposta>*****9.4.1.7. Observations:*****<no answer>*****9.4.2. Docente responsável e respetiva carga lectiva na unidade curricular (preencher o nome completo):*****ist12831, Carlos José Santos Alves, 49h/TP*****9.4.3. Outros docentes e respetivas cargas lectivas na unidade curricular:*****<sem resposta>*****9.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):*****Formular problemas de matemática financeira e explicitar a sua solução através de métodos numéricos, com relevo na resolução de equações diferenciais estocásticas.******Implementar computacionalmente e criticar os resultados numéricos.*****9.4.4. Learning outcomes of the curricular unit:*****Formulate financial mathematics problems and obtain their solution using numerical methods, with emphasis in the resolution of stochastic differential equations.******Implement computationally and discuss the numerical results.*****9.4.5. Conteúdos programáticos:*****Aproximação de dados. Volatilidade implícita. Variáveis aleatórias.******Movimento Browniano e processos de Wiener. Métodos de Monte Carlo em Finança.******Opções de compra e venda. Opções europeias e americanas, asiáticas e exóticas.******Equações diferenciais estocásticas (EDE's).******Equação de Black-Scholes. Lema de Itô e fórmula de Feynmann-Kac.******Métodos numéricos para EDE's. Método de Euler-Maruyama. Método de Milstein.******Simplificação e redução a equações diferenciais parciais. Equação do calor e problemas de obstáculo.*****9.4.5. Syllabus:*****Data approximation. Implied volatility. Random variables.******Brownian motion and Wiener processes. Monte Carlo methods in Finance.******Call and put options. European and American, Asian and exotic options.******Stochastic differential equations (SDE's).******Black-Scholes equation. Itô's lemma and Feynmann-Kac formula.******Numerical methods for SDE's. Euler-Maruyama and Milstein's methods.******Simplification and reduction to partial differential equations. Heat equation and obstacle problems.***

**9.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular**  
*Atendendo aos objectivos de aprendizagem da UC, descritos em 4, qualquer especialista na matéria poderá constatar que todos os pontos dos conteúdos programáticos, descritos em 5, visam dotar os alunos com os conhecimentos e competências necessárias ao seu cumprimento e à aquisição dos referidos objectivos.*

**9.4.6. Demonstration of the syllabus coherence with the curricular unit's learning objectives.**  
*In view of the learning objectives of the UC, described in 4, any specialist in the subject will be able to verify that all points of the syllabus, described in 5, aim to provide students with the knowledge and skills necessary for the fulfillment and acquisition of those objectives.*

**9.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):**  
*As metodologias de ensino pretendem fomentar a aprendizagem baseada em resolução de problemas e por projectos, reforçando-se a componente prática, a aprendizagem, activa, o trabalho autónomo e a responsabilização do estudante. O modelo de avaliação incorpora Exame/testes, possivelmente com nota mínima, complementado com componente de avaliação contínua (60%). Trabalhos computacionais (40%). Eventual necessidade de discussão oral dos trabalhos, requerida para notas finais iguais ou superiores a 18.*

**9.4.7. Teaching methodologies (including evaluation):**  
*The teaching methodologies aim to promote learning based on problem solving and projects, reinforcing the practical component, active learning, autonomous work and student accountability. The assessment model incorporates Exam/tests, subject to a minimum grade, complemented with continuous evaluation components (60%). Computational projects (40%). An oral discussion of the computational projects may be required and is mandatory for students with grades greater than or equal to 18.*

**9.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular.**  
*As metodologias de ensino pretendem fomentar a aprendizagem baseada em resolução de problemas e por projectos, reforçando-se a componente prática, a aprendizagem, activa, o trabalho autónomo e a responsabilização do estudante. O modelo de avaliação incorpora elementos de avaliação contínua no âmbito da aprendizagem activa (p. ex, projectos, trabalhos de casa, fichas, etc) compatível com a redução significativa do peso de avaliação por exames (=50%).*

**9.4.8. Demonstration of the coherence between the teaching methodologies and the learning outcomes.**  
*The teaching methodology will be based on the transfer of theoretical and practical concepts through the intensive use of problems classes and experimental work. This approach will not only fulfill the objectives, but will also help to level the knowledge of students with different backgrounds.*

**9.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:**  
*Tools for Computational Finance, R. U. Seydel, 2012, 5th ed., Springer; Financial Modelling: Theory, Implementation and Practice with Matlab, J. Kienitz, D. Wetterau, 2012, Wiley; The Mathematics of Financial Derivatives: A Student Introduction. , P. Wilmott, S. Howison, J. Dewynne, 1995, Cambridge University Press*

## **Anexo II - Modelos Matemáticos em Biomedicina**

**9.4.1.1. Designação da unidade curricular:**  
*Modelos Matemáticos em Biomedicina*

**9.4.1.1. Title of curricular unit:**  
*Mathematical Models in Biomedicine*

**9.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:**  
*ANAA*

**9.4.1.3. Duração:**  
*Semestral*

**9.4.1.4. Horas de trabalho:**  
*168.0*

**9.4.1.5. Horas de contacto:**

*TP - 49.0*

**9.4.1.6. ECTS:**

*6.0*

**9.4.1.7. Observações:**

*<sem resposta>*

**9.4.1.7. Observations:**

*<no answer>*

**9.4.2. Docente responsável e respetiva carga lectiva na unidade curricular (preencher o nome completo):**

*ist90590, Jorge Filipe Duarte Tiago, 49h*

**9.4.3. Outros docentes e respetivas cargas lectivas na unidade curricular:**

*<sem resposta>*

**9.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):**

*Proficiência na derivação de modelos tridimensionais para o escoamento do sangue no sistema arterial. Capacidade para demonstrar estimativas de energia verificadas pela solução de modelos do fluxo sanguíneo na forma fraca. Capacidade para discutir as principais hipóteses através de modelos matemáticos associados à aterosclerose. Mestria na implementação de métodos numéricos para a solução de modelos hemodinâmicos utilizando software específico.*

**9.4.4. Learning outcomes of the curricular unit:**

*Proficiency in the derivation of tri-dimensional models describing blood flow dynamics in the arterial system. Capacity to prove energy estimates for the solution of blood flow models in their weak form. Capacity to discuss the main assumptions behind atherosclerosis mathematical models. Master the implementation of numerical methods using dedicated software, to solve blood flow models.*

**9.4.5. Conteúdos programáticos:**

*Fundamentos do Sistema Circulatório. Hemodinâmica nos grandes vasos, microcirculação e reologia do sangue. Revisões de cinemática: princípios da mecânica dos meios contínuos. O problema de transporte. Modelação do sangue como um fluido homogéneo. Modelos Newtonianos generalizados. Revisão de resultados de análise teórica e de métodos numéricos. Modelos matemáticos das paredes vasculares: modelos constitutivos não-lineares elásticos. Modelos simplificados. Desigualdades de energia. Modelação do fluxo sanguíneo como um problema de interacção fluido-estrutura (FSI). As equações de Navier-Stokes na formulação Lagrangiana-Euleriana Arbitrária. Desigualdades de energia para o problema FSI. Discretização por elementos finitos. Métodos de discretização temporal. Modelos reduzidos. Exemplos de fisiopatologias cardiovasculares. Modelação matemática da aterosclerose: iniciação e crescimento. O papel dos dados na diminuição da incerteza.*

**9.4.5. Syllabus:**

*Fundamentals of the cardiovascular system. Haemodynamics in large vessels, microcirculation and blood rheology. Review of kinematics: principles of continuum mechanics, the transport problem. Modelling blood as a homogeneous fluid. Generalized Newtonian models. Overview of theoretical results and numerical techniques. Mathematical modelling of vessel walls: non-linear elastic models. Simplified models. Energy inequalities; Modelling blood dynamics as a fluid structure interaction problem: the Navier-Stokes equations in the Arbitrary Lagrangian Eulerian. Energy inequalities for the fluid-structure interaction problem. Finite element discretisation. Temporal discretisation methods; Reduced models: Derivation of a one dimensional blood flow model. Numerical approximation. Examples of cardiovascular physiopathologies. Mathematical model of atherosclerosis: the initiation and growth stages. Using data to deal with model uncertainty: the variational approach.*

**9.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular**

*Atendendo aos objetivos de aprendizagem da UC, descritos em 4, qualquer especialista na matéria poderá constatar que todos os pontos dos conteúdos programáticos, descritos em 5, visam dotar os alunos com os conhecimentos e competências necessárias ao seu cumprimento e à aquisição dos referidos objetivos.*

**9.4.6. Demonstration of the syllabus coherence with the curricular unit's learning objectives.**

*Considering the objectives of this UC, described in 4, any expert in the field can reach to the conclusion that all the*

*syllabus points, described in 5, aim to give students the competences and the required knowledge and skills to reach the unit's learning objectives.*

**9.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):**

*As metodologias de ensino pretendem fomentar a aprendizagem baseada em resolução de problemas e por projectos, reforçando-se a componente prática, a aprendizagem, activa, o trabalho autónomo e a responsabilização do estudante. O modelo de avaliação incorpora Exame/testes, possivelmente com nota mínima, complementado com componente de avaliação contínua (50%). Trabalhos computacionais (50%). Eventual necessidade de discussão oral dos trabalhos, requerida para notas finais iguais ou superiores a 18.*

**9.4.7. Teaching methodologies (including evaluation):**

*The teaching methodologies aim to promote learning based on problem solving and projects, reinforcing the practical component, active learning, autonomous work and student accountability. The assessment model incorporates 50 % - Written exam/tests (possibly complemented with periodic assignments); 50% - Computational project. Possible need for project oral discussion, in case of final grades being equal to, or above, 18.*

**9.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular.**

*A metodologia de ensino basear-se-á na transferência de conceitos teóricos e práticos através da utilização intensiva de aulas de demonstração e trabalhos computacionais. Esta abordagem permitirá não só cumprir os objetivos como auxiliará o nivelamento do conhecimento de estudantes com diferentes proveniências e formações.*

**9.4.8. Demonstration of the coherence between the teaching methodologies and the learning outcomes.**

*The teaching methodology will be based on the transfer of theoretical and practical concepts through the extensive use of demonstration classes and computational works. This will allow to fulfil the intended learning outcomes, as well as to level the knowledge of students with different backgrounds and formations.*

**9.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:**

*Cardiovascular Mathematics - Modeling and simulation of the circulatory system, Formaggia, L., Quarteroni, A., Veneziani, A. (Eds.), 2009, Springer-Verlag; Hemomath - The mathematics of blood, A. Fasano, A. Sequeira, 2017, Springer-Verlag; Fluid Structure Interaction and Biomedical Applications, Advances in Mathematical Fluid Mechanics, T. Bodnar, G.P. Galdi, S. Necasova (Eds.), 2014, Birkhäuser Basel*

**Anexo II - Topologia Algébrica**

**9.4.1.1. Designação da unidade curricular:**

*Topologia Algébrica*

**9.4.1.1. Title of curricular unit:**

*Algebraic Topology*

**9.4.1.2. Sigla da área científica em que se insere:**

*AlgTop*

**9.4.1.3. Duração:**

*Semestral*

**9.4.1.4. Horas de trabalho:**

*252.0*

**9.4.1.5. Horas de contacto:**

*TP - 70.0*

**9.4.1.6. ECTS:**

*9.0*

**9.4.1.7. Observações:**

<sem resposta>

9.4.1.7. Observations:

<no answer>

9.4.2. Docente responsável e respetiva carga lectiva na unidade curricular (preencher o nome completo):

*ist13229, Gustavo Rui Gonçalves Fernandes de Oliveira Granja, 70h/TP*

9.4.3. Outros docentes e respetivas cargas lectivas na unidade curricular:

<sem resposta>

9.4.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

*Saber calcular homologia e cohomologia de espaços usando equivalências de homotopia, sucessões exactas, decomposições celulares e as fórmulas de Künneth e dos coeficientes universais. Conhecer as aplicações básicas da teoria de homologia à topologia de espaços euclidianos e variedades.*

9.4.4. Learning outcomes of the curricular unit:

*To know how to compute homology and cohomology using homotopy equivalences, exact sequences, cell decompositions, the Künneth formula and the universal coefficient theorems. To understand the basic applications of homology theory to the topology of euclidean spaces and manifolds.*

9.4.5. Conteúdos programáticos:

*Tipo de homotopia. Propriedade da extensão das homotopias, critérios para equivalência de homotopia. Definição e propriedades básicas dos complexos CW.*

*Exemplos de cálculo de homologia singular e simplicial. Invariância de homotopia. Excisão e propriedade de Mayer–Vietoris. Característica de Euler. Relação com o grupo fundamental. Fórmula dos coeficientes universais. Teoremas de separação e invariância de domínio. Aproximação simplicial. O Teorema do ponto fixo de Lefschetz.*

*O Teorema dos coeficientes universais. Definição e propriedades dos produtos cross e cup. A fórmula de Künneth para homologia. O produto cap.*

*Variedades e dualidade: Orientações. Cohomologia de suporte compacto. Dualidade de Poincaré. Dualidade de Alexander e Lefschetz.*

*Possíveis tópicos adicionais: (Co)homologia com coeficientes locais; Homologia de H-espaços e grupos de Lie; O Teorema de Leray–Hirsch e aplicações.*

9.4.5. Syllabus:

*Basic notions: Homotopy type. The homotopy extension property. Criteria for homotopy equivalence. Definition and basic properties of CW complexes.*

*Homology: Singular and simplicial homology. Calculations. Homotopy invariance. Excision. Mayer–Vietoris sequence. The Euler characteristic. Relation with the fundamental group. The universal coefficient formula. Separation theorems and invariance of domain. Simplicial approximation. The Lefschetz fixed point Theorem.*

*Cohomology: The universal coefficient theorem for cohomology. Definition and properties of the cross and cup products. The Künneth formula for homology. The cap product.*

*Manifolds and duality: Orientations. Cohomology with compact support. Poincaré duality. Alexander and Lefschetz duality.*

*Possible additional topics: (Co)homology with local coefficients. Homology of H-spaces and Lie groups. The Leray–Hirsch theorem and applications.*

9.4.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular

*Atendendo aos objetivos de aprendizagem da UC, descritos em 4, qualquer especialista na matéria poderá constatar que todos os pontos dos conteúdos programáticos, descritos em 5, visam dotar os alunos com os conhecimentos e competências necessárias ao seu cumprimento e à aquisição dos referidos objetivos.*

9.4.6. Demonstration of the syllabus coherence with the curricular unit's learning objectives.

*Taking into account the learning goals of the UC, any specialist in the subject matter will agree that the items in the*

*syllabus, described in 5, aim at endowing the students with the knowledge and abilities necessary to attain the learning goals.*

**9.4.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):**

*As metodologias de ensino pretendem fomentar a aprendizagem baseada em resolução de problemas e por projectos, reforçando-se a componente prática, a aprendizagem activa, o trabalho autónomo e a responsabilização do estudante. O modelo de avaliação incorpora Avaliação contínua, incluindo testes realizados nas aulas, e exame final.*

**9.4.7. Teaching methodologies (including evaluation):**

*The teaching methodologies aim to promote learning based on problem solving and projects, reinforcing the practical component, active learning, autonomous work and student accountability. The assessment model incorporates Continuous assessment, for instance by written tests during classes, and a final exam.*

**9.4.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular.**

*A metodologia de ensino basear-se-á na transferência de conceitos teóricos através da utilização intensiva de exemplos, discussões com os alunos, e possivelmente a realização de projetos individuais em que os alunos possam aprofundar tópicos que lhes despertem o interesse.*

*Esta abordagem ajudará ao cumprimento dos objetivos da unidade curricular ao contrabalançar a elevada carga conceptual desta unidade curricular.*

**9.4.8. Demonstration of the coherence between the teaching methodologies and the learning outcomes.**

*The teaching methodology will be based on the transfer of theoretical concepts through the intensive use of examples, discussions with the students, and possibly the assignment of individual projects in which the students can more deeply study topics which they find particularly interesting. This approach will help achieve the goals of the curricular unit by counterbalancing the considerable conceptual load of this curricular unit.*

**9.4.9. Bibliografia de consulta/existência obrigatória:**

*Algebraic Topology, A. Hatcher, 2002, Cambridge University Press; Lectures on Algebraic Topology, A. Dold, 1995, Springer; Algebraic Topology: A First Course, M. Greenberg e J. Harper, 1981, Addison-Wesley; Homology Theory: An Introduction to Algebraic Topology, J. Vick, 1994, Springer; Topology and geometry, G. Bredon, 1997, Springer*

## 9.5. Fichas curriculares de docente

---

### Anexo III - Yasser Rashid Revez Omar

**9.5.1. Nome do docente (preencher o nome completo):**

*Yasser Rashid Revez Omar*

**9.5.2. Ficha curricular de docente:**

[Mostrar dados da Ficha Curricular](#)

### Anexo III - Pedro Ferreira dos Santos

**9.5.1. Nome do docente (preencher o nome completo):**

*Pedro Ferreira dos Santos*

**9.5.2. Ficha curricular de docente:**

[Mostrar dados da Ficha Curricular](#)

### Anexo III - Maria Teresa Romãozinho Marques Diogo

**9.5.1. Nome do docente (preencher o nome completo):**

*Maria Teresa Romãozinho Marques Diogo*

**9.5.2. Ficha curricular de docente:**

[Mostrar dados da Ficha Curricular](#)

### Anexo III - Pedro Alexandre Simões dos Santos

**9.5.1. Nome do docente (preencher o nome completo):**

***Pedro Alexandre Simões dos Santos***

**9.5.2. Ficha curricular de docente:**

**[Mostrar dados da Ficha Curricular](#)**